

$$\boxed{1} \quad 1 \div \left\{ \frac{1}{9} - 1 \div (35 \times 35 + 32 \times 32) \right\} = 9 + \frac{81}{\boxed{}}$$

$$\begin{aligned} 1 \div \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{35 \times 35 + 32 \times 32} \right) &= 1 \div \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{1225 + 1024} \right) \\ &= 1 \div \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{2249} \right) \\ &= 1 \div \frac{2249 - 9}{9 \times 2249} = \frac{9 \times 2249}{2240} \\ &= 9 \times \frac{2249}{2240} = 9 \times 1 \frac{9}{2240} = 9 \frac{81}{2240} = 9 + \frac{81}{\underline{2240}} \end{aligned}$$

2

太郎君は1本の値段が $\boxed{}$ 円のペンを5本買う予定でしたが、所持金が120円足りませんでした。代わりに、1本の値段が予定していたものより100円安いペンを7本と60円の消しゴムを1個買ったところ、ちょうど所持金を使い切りました。

ペン1本の値段を□円として、問題文の条件を次のような式に表すことができます。

$$\begin{cases} \square \times 5 - 120 \text{ 円} & = \text{所持金} \\ \square \times 7 - 100 \text{ 円} \times 7 + 60 \text{ 円} \times 1 & = \text{所持金} \end{cases}$$

この関係の式を整理すると、

$$\square \times 5 - 120 \text{ 円} = \text{所持金}$$

$$\square \times 7 - 640 \text{ 円} = \text{所持金}$$

で、上下の式の差に注目すると、

$$\square = (640 - 120) \div (7 - 5)$$

$$= 520 \div 2 = \underline{260 \text{ 円}}$$

3

ある学校の生徒に、A、B、Cの3つの町に行ったことがあるかどうかの調査をしたところ、A、B、Cに行ったことがある生徒の割合はそれぞれ全体の $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{14}$, $\frac{1}{9}$ でした。AとBの両方に行ったことがある生徒の割合は全体の $\frac{1}{4}$ でした。また、Cに行ったことがある生徒は全員、AにもBにも行ったことがありませんでした。A、B、Cのどの町にも行ったことがない生徒は999人以下でした。

A、B、Cのどの町にも行ったことがない生徒の人数として考えられるもののうち最も多いものは

$\boxed{}$ 人です。

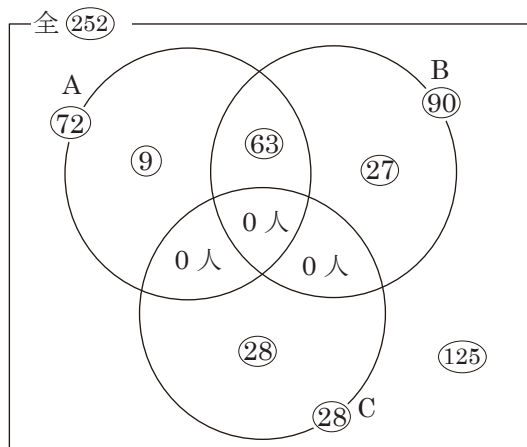
分母の7と14と9と4の最小公倍数は252なので、生徒の人数を(252)とします。

$$(252) \times \frac{2}{7} = (72) \quad (252) \times \frac{5}{14} = (90)$$

$$(252) \times \frac{1}{9} = (28) \quad (252) \times \frac{1}{4} = (63)$$

ベン図に整理すると右のようになります。

どの町にも行ったことがない生徒は999以下の125の倍数で、考えられるもののうち最も多いものは 875人 です。



4

A 町と B 町を結ぶ道があります。この道を何台ものバスが A 町から B 町に向かう方向に一定の速さで、一定の間隔で走っています。

太郎君が同じ道を、A 町から B 町に向かう方向に一定の速さで自転車で走ると、バスに 20 分ごとに追い越されました。太郎君がそのままの速さで走る方向のみを反対に変え、バスに 10 分ごとに出会いました。その後、太郎君が速さを時速 6km 上げたところ、バスに 9 分ごとに会いました。

バスとその次のバスの間隔は km です。

ただし、バスと自転車の長さは考えないものとします。

20 と 10 と 9 の最小公倍数は 180 なので、バスの間隔を 180 とします。速さに関して、

$$\text{バス} - \text{太郎} = 9 \text{ --- } 180 \div 20$$

$$\text{バス} + \text{太郎} = 18 \text{ --- } 180 \div 10$$

$$\text{バス} + \text{太郎}' = 20 \text{ --- } 180 \div 9$$

$$(18 + 9) \div 2 = 13.5 \cdots \text{バス}$$

$$(18 - 9) \div 2 = 4.5 \cdots \text{太郎}$$

$$20 - 13.5 = 6.5 \cdots \text{太郎}'$$

$$6.5 - 4.5 = 2 = 6 \text{ km/時} \text{ なので、}$$

$$9 = 27 \text{ km/時} \text{ で、20 分 } \left(\frac{1}{3} \text{ 時間}\right) \text{ ごとに追い越すので間隔は } 27 \times \frac{1}{3} = 9 \text{ km} \text{ です。}$$

5

4 枚のカード 0, 2, 2, 4 があるとき、この 4 枚のカードを並べてできる 4 桁の数のうち 11 で割り切れるものは全部で 個あります。ただし、0224 は 4 桁の数ではありません。

また、5 枚のカード 0, 2, 2, 4, 6 があるとき、このうちの 4 枚のカードを並べてできる 4 桁の数のうち 11 で割り切れるものは全部で 個あります。ただし、6 のカードを上下逆にして 9 として用いることはできません。

4 桁の数 ABCD が 11 の倍数のとき、1 つおきに飛ばした数の合計どうしの差が 0 か 11 の倍数になります。この場合だと A+C と B+D の差が 0 か 11 の倍数になります。

① 2024, 2420, 4202 の 3 通りです。

② ①の 3 通りに 2046, 2640, 4026, 4620, 6204, 6402 の 6 通りを加えて 9 通りになります。

ABCD	ABCD
2024	2046
2420	2640
4202	4026
	4620
	6204
	6402

(6 を使う場合)

6

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 から異なる 4 つを選び、大きい方から順に A, B, C, D としました。また、選ばなかった残りの 4 つを並び替え、E, F, G, H としました。すると、4 桁の数 ABCD から 4 桁の数 DCBA を引いた差は 4 桁の数 EFGH でした。4 桁の数 ABCD は です。

$$\begin{array}{r} (A > B > C > D) \\ ABCD = 1000 \times A + 100 \times B + 10 \times C + 1 \times D \\ - DCBA = 1 \times A + 10 \times B + 100 \times C + 1000 \times D \\ \hline EFGH = \frac{999 \times (A-D)}{9 \text{ の倍数}} + \frac{90 \times (B-C)}{9 \text{ の倍数}} \end{array}$$

上より EFGH が 9 の

倍数です。A~H まで

の 8 個の数を足すと、

1~8 までの和の 36 で、

36 は 9 の倍数なので、DCBA (ABCD) も 9

の倍数だとわかります。1~8 の 4 つの数

の和で 9 や 27 は作れないので、ABCD と

$$\begin{array}{r} DCBA \\ + EFGH \\ \hline ABCD \end{array}$$

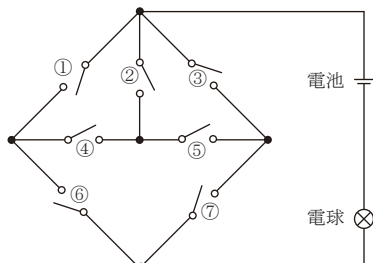
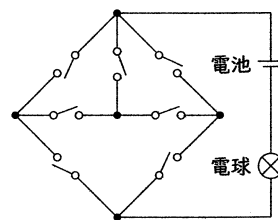
ABCD	EFGH	合計
和 9	和 27	和 36
和 18	和 18	和 36
和 27	和 9	和 36

EFGH はともに和が 18 です。ABCD は下の 8 通りのいずれかで、ABCD が 8532 のときに成り立ちます。

大きい順	大きい順	残りの組み合わせ
8721	6543	(完成のひっ算)
8631	7542	8532
8541	7632	- 2358
8532	7641	6174

7

図のような、電池 1 個、電球 1 個、スイッチ 7 個を含む電気回路があります。スイッチのオン・オフの仕方は全部で 128 通りあり、そのうち電球が点灯するようなスイッチのオン・オフの仕方は全部で 通りあります。



スイッチに上のように番号をふりました。
オンオフの数について、それぞれ表のようにまとめます。

- ア) オンが 0 個, 1 個だと点灯しない。
イ) オンが ①⑥ と ③⑦ の 2 通り。
ウ) オフが 0 個, 1 個だと必ず点灯する。
エ) オフが ⑥⑦ の 1 通り

オ) オンのスイッチは

- ①⑥□ → 5 通り
③⑦□ → 5 通り
②④⑥ → 1 通り
②⑤⑦ → 1 通り

カ) オフのスイッチは

- ①②③ → 1 通り
⑥⑦□ → 5 通り
①④⑦ → 1 通り
③⑤⑥ → 1 通り

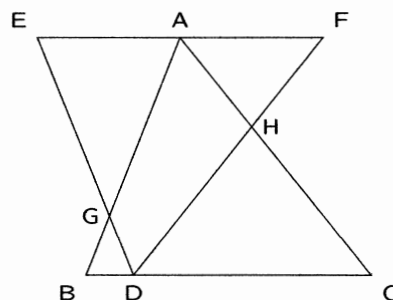
点灯するオン・オフの仕方は 69 通り です。

オン	オフ	計	点灯する	点灯しない
0 個	7 個	1	ア 0	1
1 個	6 個	7	ア 0	7
2 個	5 個	${}_7C_2=21$	イ 2	19
3 個	4 個	${}_7C_3=35$	オ 12	23
4 個	3 個	${}_7C_3=35$	27	カ 8
5 個	2 個	${}_7C_2=21$	20	エ 1
6 個	1 個	7	7	ウ 0
7 個	0 個	1	1	ウ 0
		128	69	59

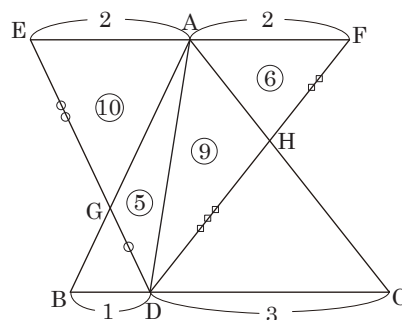
8

図のように、三角形 ABC, DEF があり、点 A, D はそれぞれ辺 EF, BC 上にあります。また、辺 AB, DE は点 G で交わり、辺 AC, DF は点 H で交わります。

辺 AB, DE の長さは等しく、辺 AC, DF の長さは等しく、辺 AE, AF の長さは等しく、辺 CD の長さは辺 BD の長さの 3 倍です。また、辺 BC, EF は平行です。四角形 AGDH の面積は三角形 AHF の面積の 倍です。



3 つの辺の長さが等しいので、三角形 ABC と三角形 DEF は合同です。また、三角形 AEG と三角形 BDG, 三角形 AFH と三角形 CDH は相似な関係です。
比をそろえると右図のようになり、 $EG : GD = 2 : 1$, $FH : HD = 2 : 3$, 三角形 AED と三角形 ADF の面積が等しいので、面積比は図の通りです。四角形 AGDH は ⑭, 三角形 AHF は ⑥ なので、答えは $\frac{14}{6} = \frac{7}{3}$ 倍です。



9

1 辺の長さが 8cm である 2 つの正方形 ABCD, PQRS があります。

図 1 には、点 B を中心とし点 D を通る半円と、点 C を中心とし点 A を通る半円がかかれています。

図 2 のように正方形 PQRS が ① の位置から ② の位置まで直線アの上をすべることなく転がる
ときに辺 PQ が通過する部分の面積と、図 1 の斜線部分の面積の和は cm^2 です。

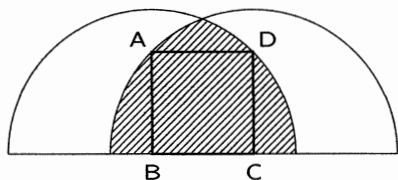


図 1

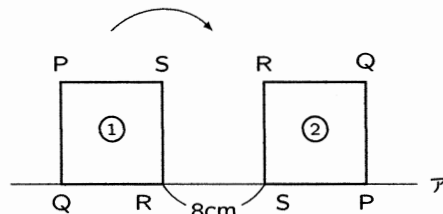
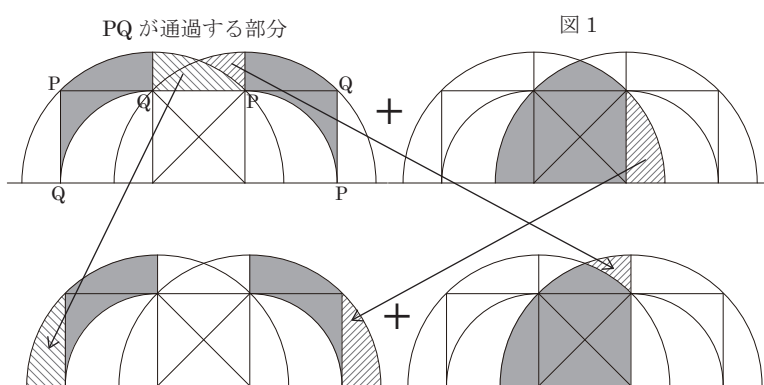


図 2

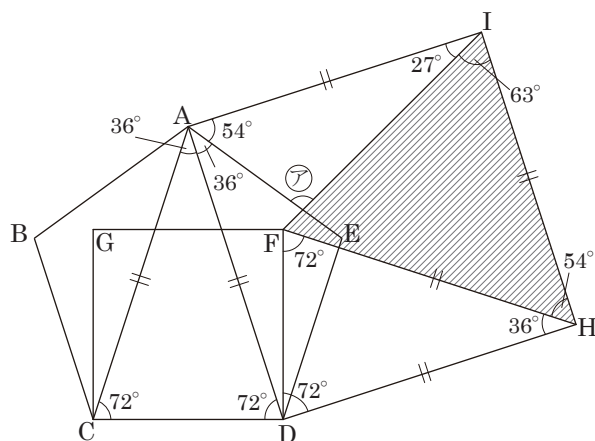
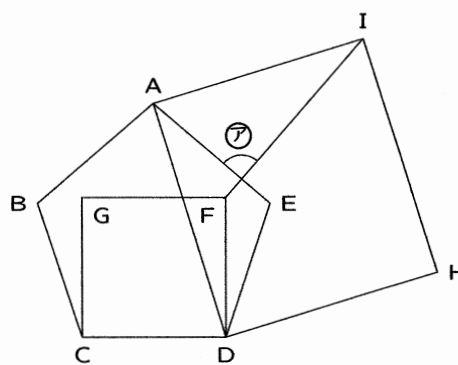
PQ が通過する部分は図のようになり、これと図 1 を合わせます。2 つの図形を右のように移動させると、3 つの 90 度のおうぎ形(半径が対角線 AC)から、2 つの 90 度のおうぎ形(半径が 8 cm)を取り除いた図形になります。



$AC \times AC = 8 \times 8 \times 2$ なので、面積の和は $128 \times 3.14 \times \frac{1}{4} \times 3 - 8 \times 8 \times 3.14 \times \frac{1}{4} \times 2$
 $= (96 - 32) \times 3.14 = 64 \times 3.14 = \underline{200.96 \text{ cm}^2}$ です。

10

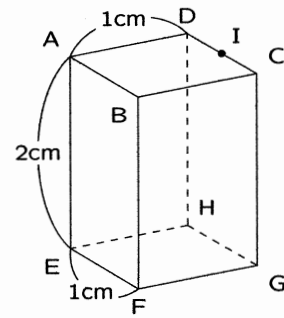
図の五角形 ABCDE は正五角形で、四角形 CDFG, ADHI はどちらも正方形です。このとき、角アの大きさは 度です。



AC, FH を結びます。三角形 ACD と三角形 FHD は合同です(90 度回転すると重なる)。三角形 HIF は $HI = HF$ の二等辺三角形なので、 $(180 - 54) \div 2 = 63$ 度 … 角 HIF
 $90 - 63 = 27$ 度 … 角 FIA
 $90 - 36 = 54$ 度 … 角 EAI
 角アは $180 - (27 + 54) = \underline{99 \text{ 度}}$ になります。

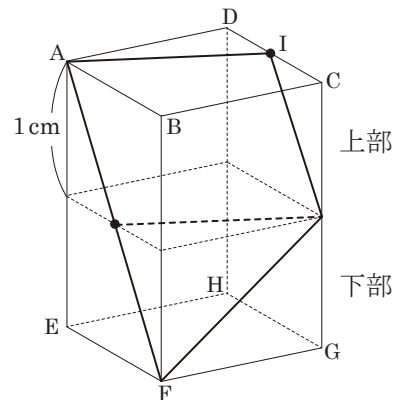
11

図の直方体 ABCD-EFGH について、辺 AD, AE, EF の長さはそれぞれ 1cm, 2cm, 1cm です。また、点 I は辺 CD の真ん中の点です。3 点 A, F, I を通る平面でこの直方体を切り分けたとき、点 C を含む方の立体の体積は、他方の立体の体積の 倍です。



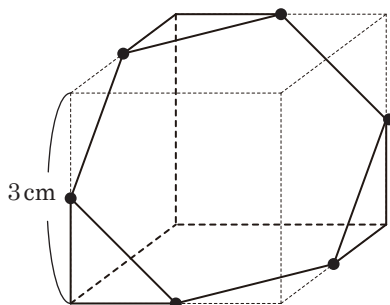
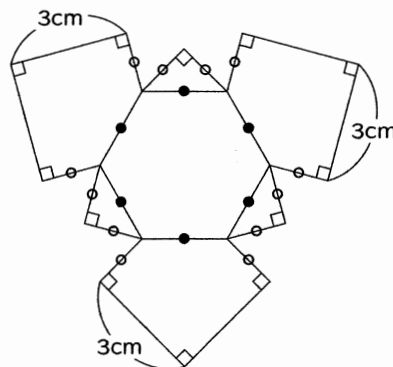
2 つの立方体(1 辺が 1 cm)を積み重ねた図形として考えてみます。上部は半分に分けているので、 $\frac{1}{2} \text{ cm}^3$ と $\frac{1}{2} \text{ cm}^3$ に分かれ、下部は三角すい $\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12} \text{ cm}^3$ と $1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12} \text{ cm}^3$ に分かれます。

点 C を含む方の体積が $\frac{1}{2} + \frac{1}{12} = \frac{7}{12} \text{ cm}^3$ ，他方の立体の体積が $\frac{1}{2} + \frac{11}{12} = \frac{17}{12} \text{ cm}^3$ です。点 C を含む方は他方の $\frac{7}{12} \div \frac{17}{12} = \underline{\underline{\frac{7}{17}}}$ 倍になります。



12

ある立体の展開図は図のようになっています。この立体の体積は cm^3 です。ただし、同じ記号がかかれた辺の長さは等しいとします。



この展開図を組み立てたときの立体は、一辺が 3 cm の立方体を正六角形の切り口で切断した立体になります。これは立方体の半分なので、体積は $3 \times 3 \times 3 \times \frac{1}{2} = \underline{\underline{13.5 \text{ cm}^3}}$ になります。