1 次の問いに答えなさい。

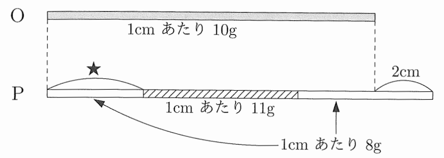
(1) 数字 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 と四則演算の記号 ＋, −, ×, ÷ とカッコだけを用いて 2024 を作る式を１つ書きなさい。ただし，次の指示に従うこと。

① １つの数字を２個以上使ってはいけません。
② ２個以上の数字を並べて２けた以上の数を作ってはいけません。
③ できるだけ使う数字の個数が少なくなるようにしなさい。（使う数字の個数が少ない答えほど，高い得点を与えます。）

たとえば， 10 を作る場合だと，

- 5＋5 や (7−2)×2 は，①に反するので認められません。
- 1 と 5 を並べて 15 を作り，15−2−3 とするのは，②に反するので認められません。
- ③の指示から，2×5，2×(1＋4)，4÷2＋3＋5 のうちでは，使う数字の個数が最も少ない 2×5 の得点が最も高く，数字３個の 2×(1＋4)，数字４個の 4÷2＋3＋5 の順に得点が下がります。

(2) ２本の金属棒 O, P があります。長さは P の方が O より 2cm 長く，重さは２本とも同じです。長さ 1cm あたりの重さは，O はどこでも 1cm あたり 10g です。P は，中間のある長さの部分だけ 1cm あたり 11g で，それ以外の部分は 1cm あたり 8g です。



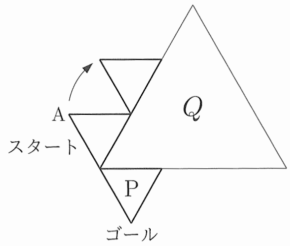
（図の中の長さは正確ではありません。）

２本の金属棒を図の左端から同じ長さだけ切り取るとすると，切り取る部分の重さが等しくなるのは，切り取る長さが 34.5cm のときだけです。

(ア) 図の ★ の部分の長さを求めなさい。

(イ) 金属棒１本の重さを求めなさい。

(3) １辺 3cm の正三角形 *P* に，マーク P がかかれています。この正三角形 *P* がはじめ下の図のスタートの位置にあって，１辺 9cm の正三角形 *Q* の外周を図の矢印の方向にすべらないように転がって，はじめてゴールの位置にくるまで動きます。



(ア) 正三角形 *P* がゴールの位置に着いたとき，マーク P は上の図の向きになっていました。マーク P は，スタートの位置ではどの向きにかかれていましたか。解答らんの図に書き込みなさい。

(イ) 正三角形 *P* がスタートからゴールまで動くとき，図の頂点 A が動く距離を求めなさい。

(ウ) 正三角形 *P* がスタートからゴールまで動くときに通過する部分の面積は，次のように表されます。空らん（X），（Y）にあてはまる数を答えなさい。

> 正三角形 *P* が通過する部分の面積は，半径が 3cm で，中心角が 60° のおうぎ形 （X） 個分の面積と，１辺が 3cm の正三角形 （Y） 個分の面積をあわせたものである。

(1) 2024＝2×2×2×11×23 と素因数分解できます。

〈8×253 を利用するとき〉

8×(9×7×4＋1)＝8×(252＋1)＝8×253＝2024

〈4×506 を利用するとき〉

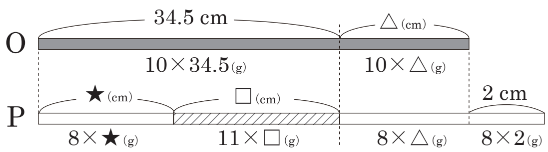
4×(9×8×7＋2)＝4×(504＋2)＝4×506＝2024

使う数字５個の 8×(9×7×4＋1) や，4×(9×8×7＋2) が答えとしてふさわしいでしょう。

（得点が下がる場合の式の例）

8×(6＋5)×(9×3−4)，9×8×7×4＋6＋2 など。

(2)



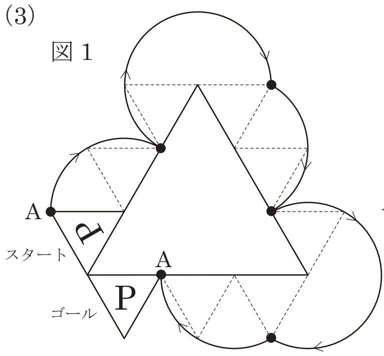
左端から同じ長さを切り取ります。切り取る部分の重さが等しくなる箇所が１ヶ所だけとなるので，34.5 cm の位置は上の図の通りになります。

(ア) O は 34.5 cm で 10×34.5＝345 g です。P では，★＋□＝34.5 cm, 8×★＋11×□＝345 g で, つるかめ算の計算をします。(11×34.5−345)÷(11−8)＝34.5÷3＝11.5 cm … ★ になります。(□＝34.5−11.5＝23 cm)

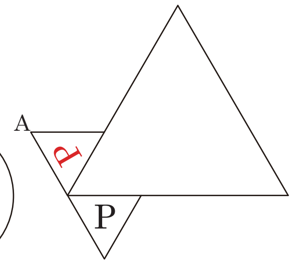
(イ) 10×△＝8×△＋8×2 → △＝16÷(10−8)＝8 cm です。金属棒１本の重さは O に注目すると，345＋10×8＝345＋80＝425 g になります。

(3)

図１



（ア）の答え

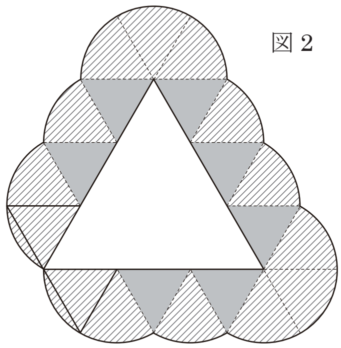


(ア) スタートからゴールまで正三角形 P の点 A は図１のように動きます。スタートの位置でのマーク P の向きは上の図のようになります。

(イ) 点 A の通過する線は 120 度 → 240 度 → 120 度 → 240 度 → 120 度と，曲線の中心角の和は 840 度になります。距離は $6\times3.14\times\frac{840}{360}$＝14×3.14＝43.96 cm です。

(ウ) 正三角形 P の通過する部分は図２のようになります。これは中心角 60 度のおうぎ形 14 個分の面積と，１辺が 3 cm の正三角形 7 個分の面積を合わせたものになります。

図２



$\boxed{2}$ 9枚のカード $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$, $\boxed{8}$, $\boxed{9}$ があります。はじめに，9枚のカードから何枚かを選び，混ぜ合わせて1つの山に重ねます。このときのカードの並び方を「はじめのカードの状況」ということにします。

たとえば，5枚のカード $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ を使う場合を考えましょう。5枚のカードを混ぜ合わせて1つの山に重ねたとき

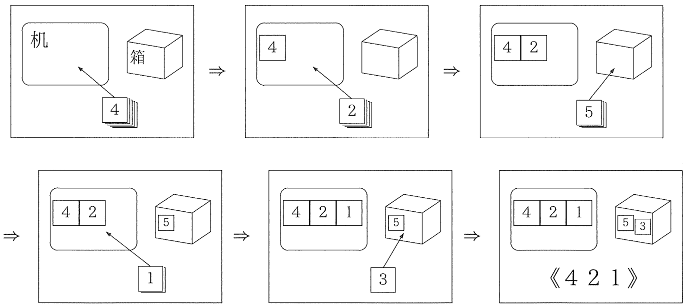
「カードが上から $\boxed{4}\boxed{2}\boxed{5}\boxed{1}\boxed{3}$ の順に重ねられている」

とします。これがこのときのはじめのカードの状況です。これを簡単に【４２５１３】と表すことにします。

机と箱があります。次のルールに従って，山に重ねたカードを上から1枚ずつ，机の上か，箱の中に動かします。

- 1枚目のカードは必ず机の上に置く。
- 2枚目以降のカードは，そのカードに書かれた数が机の上にあるどのカードに書かれた数よりも小さいときだけ机の上に置き，そうでないときには箱の中に入れる。

たとえば，はじめのカードの状況が【４２５１３】のとき，カードは次の図のように動かされ，最終的に机の上には3枚のカード $\boxed{4}\boxed{2}\boxed{1}$ が，箱の中には2枚のカード $\boxed{5}\boxed{3}$ が置かれます。この結果を，机の上のカードに注目して，カードが置かれた順に《４２１》と表すことにします。



(1) 7枚のカード $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$ を使う場合を考えます。
はじめのカードの状況が【７４６３１２５】であるときの結果を答えなさい。

(2) 次のそれぞれの場合のはじめのカードの状況について答えなさい。(ア)，(イ) については，解答らんをすべて使うとは限りません。

(ア) 3枚のカード $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ を使う場合を考えます。
結果が《２１》になるはじめのカードの状況をすべて書き出しなさい。

(イ) 4枚のカード $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ を使う場合を考えます。
結果が《２１》になるはじめのカードの状況をすべて書き出しなさい。

(ウ) 5枚のカード $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ を使う場合を考えます。
① 結果が《２１》になるはじめのカードの状況は何通りありますか。
② 結果が《５２１》になるはじめのカードの状況は何通りありますか。

(エ) 6枚のカード $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$ を使う場合を考えます。
結果が《５２１》になるはじめのカードの状況は何通りありますか。

(3) 9枚のカード全部を使う場合を考えます。
結果が《７５４２１》になるはじめのカードの状況は何通りありますか。

(1) 6，2，5の3枚が箱の中に置かれます。机の上のカードの結果は《7431》になります。

(2)(ア) 【213】【231】の2通りです。

(イ) 4枚のうち，2と1の位置に注目して場合分けします。

21□□ → 【2134】【2143】

2□1□ → 【2314】【2413】

2□□1 → 【2341】【2431】　全部で6通りあります。

(ウ)① 21□□□の場合，3，4，5の3枚はどの場所に並んでもよいので，3×2×1＝6通りです。
2□1□□，2□□1□，2□□□1も同じように6通りずつあるので，全部で6×4＝24通りあります。

② 521□□，52□1□，52□□1のパターンがあり，3，4のカードはどの場所に並んでもよいので，それぞれ2通りずつあります。全部で2×3＝6通りあります。

(エ) これまでと少しちがう考え方で扱ってみます。結果が521となるように，残りの3枚のカードを小さい順の3→4→6の順に521の間に並べていきます。3が並ぶのは2よりも右の2通り，4が並ぶのも2よりも右で3通り，6が並ぶのは5よりも右で5通りの場所があります。全部で2×3×5＝30通りになります。

(2)(エ)の考え方

5 2 1
↓ 3は2通り
5 2 □ □
↓ 4は3通り
5 2 □ □ □
↓ 6は5通り

(3)の考え方

7 5 4 2 1
↓ 3は2通り
7 5 4 2 □ □
↓ 6は5通り
7 5 □ □ □ □ □ □
↓ 8は7通り
7 □ □ □ □ □ □ □ □
↓ 9は8通り

(3) 結果が75421になり，残りの4枚のカードを小さい順の3→6→8→9の順に追加で並べていきます。3が並ぶのは2よりも右の2通り，6が並ぶのは5よりも右の5通り，8が並ぶのは7よりも右の7通り，9が並ぶのは7よりも右の8通りです。よって，はじめのカードの状況は全部で2×5×7×8＝560通りになります。

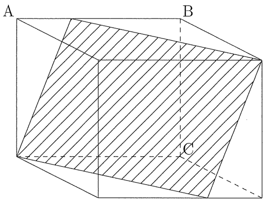
3 右ページの見取図のような直方体 X を 3 つの平面 P, Q, R で切断して，いくつかの立体ができました。このうちの 1 つをとって，立体 Y と呼ぶことにします。

立体 Y の展開図は右ページの図のようになることが分かっています。ただし，辺（あ），辺（い）につづく面が，それぞれ 1 つずつかかれていません。また，直方体 X の見取図の点 A, B, C が，立体 Y の展開図の点 A, B, C に対応します。

(1) 立体 Y の展開図の面①～⑤の中で，もともと直方体 X の面であったものをすべて答えなさい。

(2) 立体 Y の展開図に書かれた点 D, E, F に対応する点は，直方体 X の辺上にあります。辺上の長さの比がなるべく正確になるように注意して，点 D, E, F に対応する点を，解答らんの直方体 X の見取図にかき入れなさい。

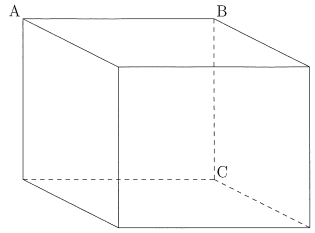
(3) 平面 P で直方体 X を切断したときの断面，Q で切断したときの断面，R で切断したときの断面は，それぞれどのような図形になりますか。次の図のようなかき方で，解答らんの直方体 X の見取図に 1 つずつかき入れなさい。3 つの答えの順番は問いません。また，平面と交わる直方体の辺については，辺上の長さの比がなるべく正確になるように注意しなさい。



(4) 解答らんの立体 Y の展開図に,（あ）,（い）につづく面を，なるべく正確にかき入れなさい。

(5) 展開図のひと目盛を 1cm とします。(4) でかき入れた面のうち,（い）につづくほうの面積を求めなさい。

直方体 X の見取図



立体 Y の展開図

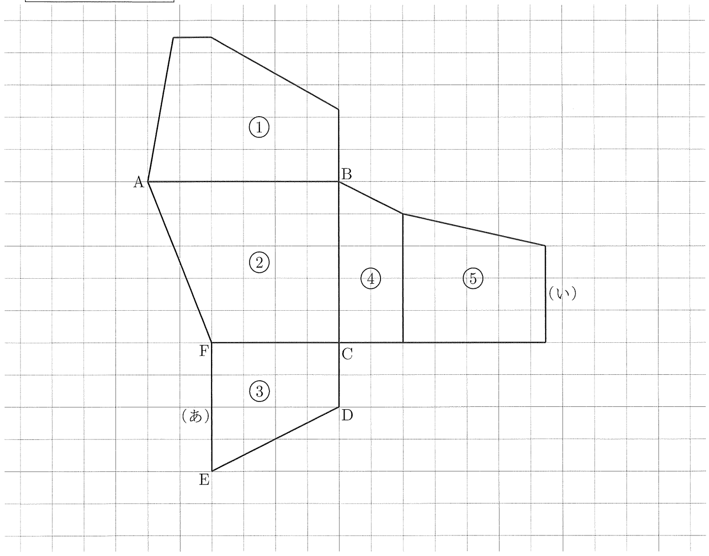
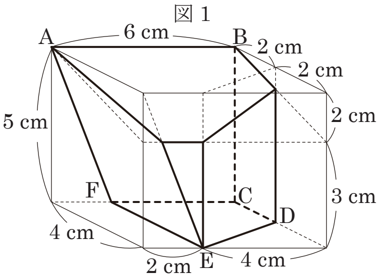
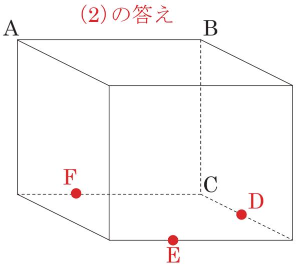


図 1



(2) の答え

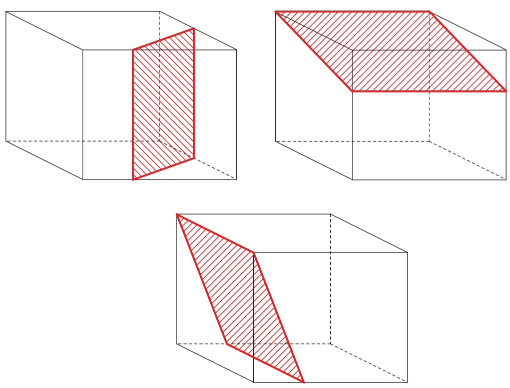


(1) 直方体 X を 3 つの平面で切断してできた立体 Y は，図 1 のようになります。展開図の面の中でもともと直方体 X の面であったものは ②, ③, ④ の 3 枚です。

(2) 点 D，E，F に対応する点は上の図の通りです。

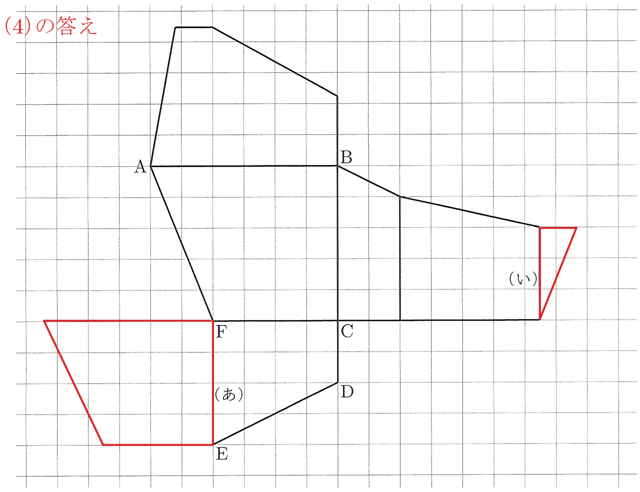
(3) 直方体 X を切断した 3 つの平面は下の図の通りです。

(3) の答え



(4) 図 2 の斜線部分の 2 枚の面が不足しています。展開図にかき入れた様子は下の図のようになります。

(4) の答え



(5) (い) につづく面は直角三角形です。図 2 の★の長さは，三角形の相似に注目すると $2\times\frac{3}{5}=1.2$ cm です。面積は $3\times1.2\div2$ $=$ 1.8 cm^2 です。

図 2