1

水に液体 X を溶かしてできる水溶液を A 液と呼び，A 液の重さに対する液体 X の重さの割合を百分率（%）で表したものを A 液の濃度と呼ぶことにします。例えば，水 5g に液体 X を 45g 溶かしてできる A 液の濃度は 90％です。また，水 10g に液体 X を 20g 溶かしてできる A 液の濃度は $66\frac{2}{3}$ %です。

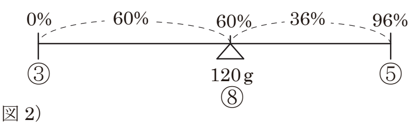
(1) 濃度が 96％の A 液をいくらか用意します。これに水を加えてかき混ぜて，重さが 120 g で，濃度が 60％以上 80％以下の A 液をつくります。はじめに用意する，濃度が 96％の A 液の重さは［　　］g 以上［　　］g 以下です。

(2) 3 つの容器 P，Q，R があります。P には濃度が 96％の A 液が 144 g，Q には水が 150 g，それぞれ入っています。R には何も入っていません。P から A 液をちょうど 8 g ずつ何回か量りとり R に入れ，Q から水をちょうど 10 g ずつ何回か量りとり R に入れます。

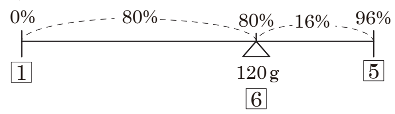
(ア) P から［　　］回，Q から［　　］回量りとり R に入れ，かき混ぜると，R の A 液の濃度は 72％になります。

(イ) 濃度が 60％以上の A 液を R にできるだけ多く作るには，P，Q からそれぞれ何回ずつ量りとって混ぜればよいですか。またそのときにできる A 液の濃度を求めなさい。

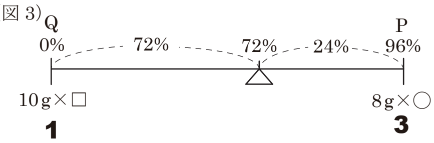
(図 1)



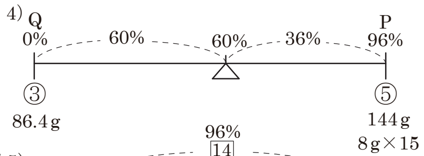
(図 2)



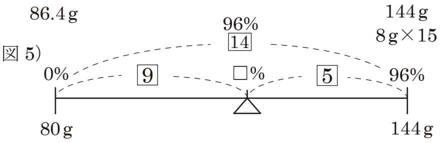
(図 3)



(図 4)



(図 5)



(1) 60％の A 液を作るとき，図 1 のようなてんびん図になるので 96％の A 液を $120\times\frac{5}{8}=75$ g 使います。80％の A 液を作るときは，96％の A 液を $120\times\frac{5}{6}=100$ g 使います（図 2）。答えは75 g 以上 100 g 以下です。

(2)(ア) P のとり出す回数を○，Q のとり出す回数を□とします。最大が 144 g，150 g なので，とり出す回数の最大は ○＝144÷8＝18 回，□＝150÷10＝15 回です。図 3 のてんびん図より，10×□：8×○＝1：3 → □：○ $=\frac{1}{10}:\frac{3}{8}=4:15$ です。→ P から15 回（○），Q から4 回（□）とり出してかき混ぜると 72％になります。

(イ) 96％の P を使えば使うほど濃度は高くなるので，最大の 144 g を使います（P は 18 回）。(1) の図 1 で求めたように 60％の濃度を作るとき，Q（水）を $144\times\frac{3}{5}=86.4$ g 混ぜると 60％ができます（図 4）。→ Q が 86.4g 以下のときに濃度は 60％以上になるので，できるだけ多い 10 g×8＝80 g を使用します（Q は 8 回）。このときの濃度は図 5 より $96\times\frac{9}{14}=\frac{432}{7}=61\frac{5}{7}$ %になります。

P は 18 回，Q は 8 回，A 液の濃度は $61\frac{5}{7}$ %

2

下の図のようにたくさんのマス目があります。最も上の段と最も左の列のマスにはすべて 1 を書き入れます。それら以外のマスには，その 1 つ上のマスに書かれた数と 1 つ左のマスに書かれた数の和を書き入れます。図で斜線をつけたマスを左上の隅とする，縦 4 マス横 4 マスの正方形の中に，偶数は全部で 7 個あります。

1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	3	4					
1	3	6	10					
1	4	10	20					
1								
1								
1								
1								
1								

(1) 図で斜線をつけたマスを左上の隅とする，縦 8 マス横 8 マスの正方形の中に，偶数は全部で［　　］個あります。

(2) 図で斜線をつけたマスを左上の隅とする，縦 16 マス横 16 マスの正方形の中にある偶数の個数を求めなさい。

(3) 図で斜線をつけたマスを左上の隅とする，縦 32 マス横 32 マスの正方形の中に，偶数は全部で［　　］個あります。

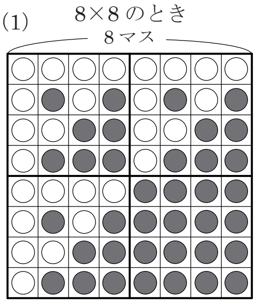
奇数を○，偶数を●とし，○＋○＝●，○＋●＝○，●＋●＝●の 3 タイプの計算でマスを埋めていきます。

(1) 4×4 の中には●が 7 個あります。左下と右上には同じ模様があらわれ，右下はすべて●になります。

(2) (1) の 8×8 のマスを**A**パターン（● 37 個）とします。16×16 は 8×8 が 4 区画でき，3 つの**A**パターンと，右下はすべて●になります。

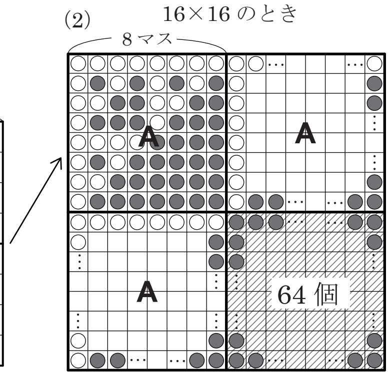
(3) 同じように (2) を**B**パターンとすると，B×3＋16×16 です。

(1) 8×8 のとき



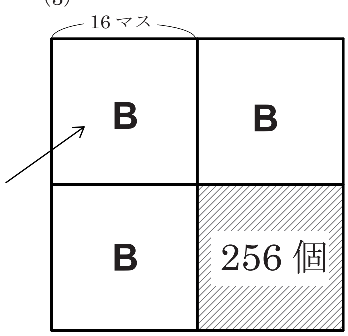
7×3＋16＝37 個

(2) 16×16 のとき



37×3＋64＝175 個

(3) 32×32 のとき



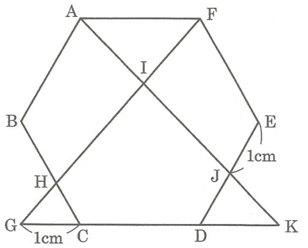
175×3＋256＝781 個

3

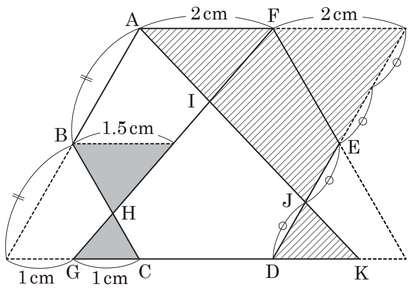
1 辺の長さが 2cm の正六角形 ABCDEF があり，下の図のように点 G，H，I，J，K をとります。4 点 G，H，I，F は同じ直線上にあり，4 点 A，I，J，K は同じ直線上にあり，4 点 G，C，D，K は同じ直線上にあります。

(1) CH の長さは ＿＿ cm で，DK の長さは ＿＿ cm です。

(2) 三角形 AIF の面積は，正六角形 ABCDEF の面積の何倍ですか。



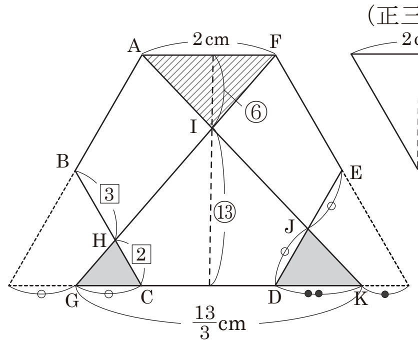
(3) 五角形 CDJIH の面積は，正六角形 ABCDEF の面積の何倍ですか。

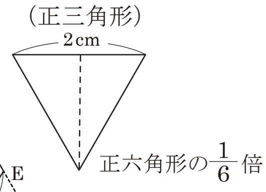


(1) 左図のように延長すると一辺が 2 cm の正三角形があらわれます。B から平行線を引いた部分の長さが (1＋2)÷2＝1.5 cm なので，色のついた部分の三角形の相似比が 1.5:1＝3:2 です。BH:HC＝3:2 なので，CH＝$2\times\frac{2}{5}$＝0.8 cm です。また，斜線部分の三角形の相似比は 3：1 なので，DK＝$4\times\frac{1}{3}$＝$\frac{4}{3}$ cm になります。

(2) 三角形AIF と三角形KIG は相似で，相似比は 2：$\frac{13}{3}$＝6：13 です。一辺が 2 cm の正三角形は正六角形ABCDEF の $\frac{1}{6}$ 倍で，これと三角形AIF はともに底辺が 2 cm なので，高さ比に注目します。

三角形AIF は正六角形の $\frac{1}{6}\times2\times\frac{6}{19}=\frac{2}{19}$ 倍になります。





(3) 三角形GHC は正六角形の $\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{30}$ 倍，三角形DKJ は正六角形の $\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{18}$ 倍，三角形AIF と三角形KIG は面積比が 6^2：13^2＝36：169 なので，三角形IGK は正六角形の $\frac{2}{19}\times\frac{169}{36}=\frac{169}{342}$ 倍，よって，五角形CDJIH は正六角形の $\frac{169}{342}-\frac{1}{30}-\frac{1}{18}=\frac{77}{190}$ 倍になります。

4

はじめ，3 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$ が左からこの順に並んでいます。これらのカードの並べ替えを何回かします。1 回の並べ替えにつき，次の(A)～(D)のどれか 1 つが行われます。

(A) 最も左にあるカードを右端に移動させる
(B) 最も右にあるカードを左端に移動させる
(C) 最も左にあるカードを残り 2 枚の間に移動させる
(D) 最も右にあるカードを残り 2 枚の間に移動させる

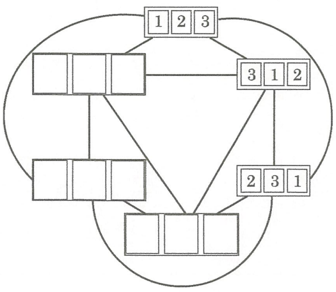
例えば，1 回目に(A)，2 回目に(C)の並べ替えをすると，カードの並びは

$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ → $\boxed{2}\boxed{3}\boxed{1}$ → $\boxed{3}\boxed{2}\boxed{1}$

と変化します。

(1) 右の図で，線でつながれた並びどうしは，(A)～(D)のいずれか 1 回の並べ替えで変わります。右の図の 9 つの空欄に 1～3 のいずれかの数字を入れなさい。（右の図の 6 つの並びは，どの 2 つも異なります。）

(2) 3 回の並べ替えで初めて $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ の並びに戻るような，3 回の並べ替えの方法は全部で ＿＿ 通りあります。



(3) 5 回の並べ替えで初めて $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ の並びに戻るような，5 回の並べ替えの方法は全部で ＿＿ 通りあります。

(4) (3)の並べ替えの方法のうち，(A)の並べ替えの回数と(B)の並べ替えの回数の合計が 5 回であるものは全部で ＿＿ 通りあります。

(5) (3)の並べ替えの方法のうち，(A)の並べ替えの回数と(B)の並べ替えの回数の合計が 1 回または 3 回であるものは全部で ＿＿ 通りあります。

(1) A と B は逆の操作の関係で，C の逆は同じく C で，D の逆は D です。3 枚のカードの並び方の変化は次ページの(図 1)のようになります(答えも次ページ)。

(2) (1)の並び方の変化を次ページの(図 2)のように正八面体に置きかえて考えてみます。(図 3)の◯の中の数はア($\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ の並び)から出発したときの道順の数を表しており，1 操作前にいたときの◯の数を足していくと，2 回，3 回，… を埋めることができます。3 回で初

(次のページに続く)

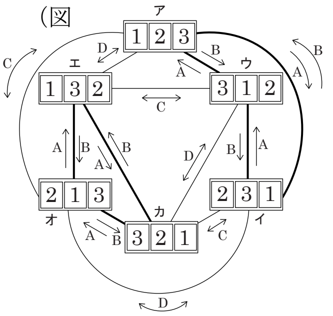
めてアになるのは，２回でイ，ウ，エ，オにいるときの道順がそれぞれ２通りなので，$2\times4=$8 通りです。

(3) ４回でイ，ウ，エ，オが 24 通りずつなので，５回で初めてアになるのは $24\times4=$96 通りです。

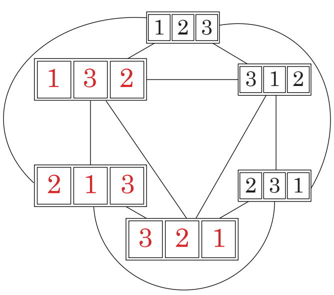
(4) （図２）の太線のみを通る道順を考えます。ア→イ→ウ→イ→ウ→アとア→ウ→イ→ウ→イ→アの２通り。

(5) 太線を０回，２回，４回通る方法は０通りです。１回または３回通る方法は $96-2=$94 通りになります。

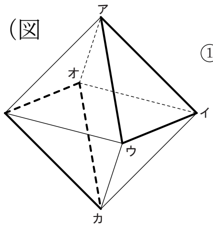
(図



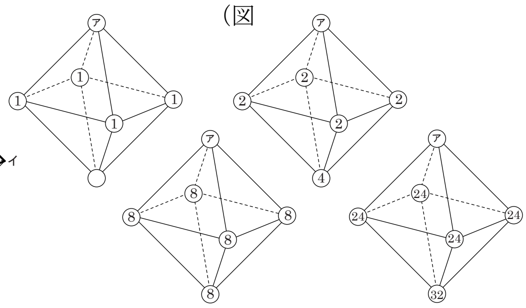
(1) の答え



(図



(図



5

図１は，１辺の長さが 6cm の立方体 ABCD−EFGH です。この立方体の面 EFGH は水平な地面についています。

この立方体から，図２の斜線部分の正方形を底面とし，高さが 6cm の直方体をくりぬきます。次に，図３の斜線部分の正方形を底面とし，高さが 1cm の直方体をくりぬきます。さらに，図４の斜線部分の正方形を底面とし，高さが 1cm の直方体をくりぬきます。このようにしてできる図５の立体を P とします。

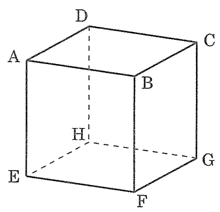


図１

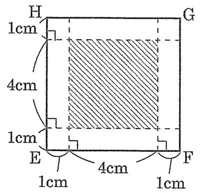


図２

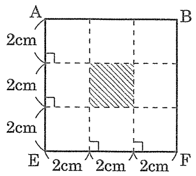


図３

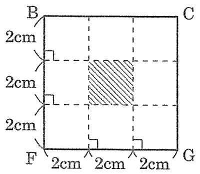


図４

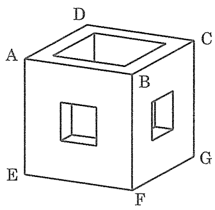
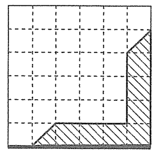


図５

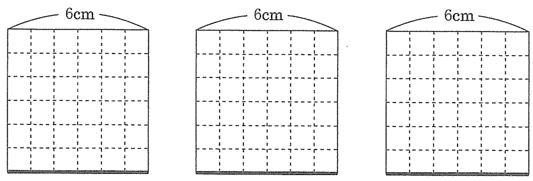
(1) 立体 P の体積は [　　　] cm^3 です。

(2) 立体 P を，頂点 A，C，F を通る平面で切って２つの立体に分けたとき，頂点 B を含む方の立体を Q とします。

(ア) 右の図は，立方体の面 EFGH から 5cm の高さにある平面で立体 Q を切ったときの真上から見た切り口をかき入れたものです。その平面と面 AEFB の交わりを太線で表しています。立方体の面 EFGH から 4cm，3cm，2cm の高さにある平面で立体 Q を切ったときの真上から見た切り口を，右の図にならってそれぞれかき入れなさい。



高さ 5cm



高さ 4cm　高さ 3cm　高さ 2cm

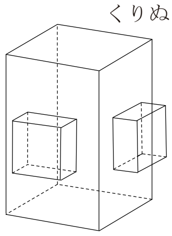
(イ) 立体 Q のうち，面 EFGH から 2cm の高さにある平面と面 EFGH とではさまれた部分の立体の体積を求めなさい。

(ウ) 立体 Q の体積を求めなさい。

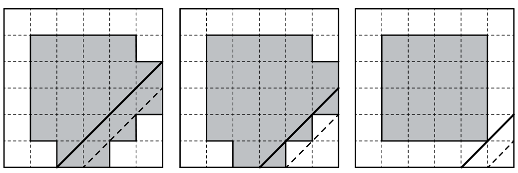
(1) １辺が 6 cm の立方体から，２種類の直方体をくりぬきます。

$6\times6\times6-4\times4\times6-2\times2\times1\times2$
$=216-96-8=$112 cm^3 です。

くりぬく部分

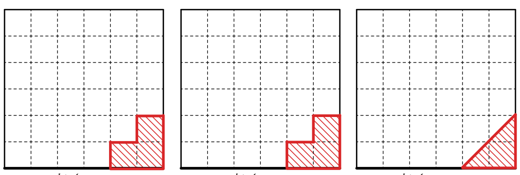


(2) (ア) 高さ 4 cm，3 cm，2 cm の断面図は下のようになります。これに３点 A，C，F を通る切り口の線を引いて考えます。斜線部分が答えです。



高さ 4 cm　高さ 3 cm　高さ 2 cm

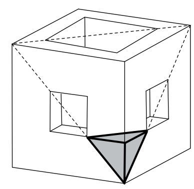
(答え)



高さ 4 cm　高さ 3 cm　高さ 2 cm

(イ) 右図のような三角すいの体積を考えます。

$2\times2\times2\times\frac{1}{6}=\frac{4}{3}$ cm^3 です。



(ウ) 立体 Q は三角すい ABCF から三角すいアと三角すい台イを２つ取りのぞいた立体です。

$$6\times6\times6\times\frac{1}{6}-4\times4\times4\times\frac{1}{6}-\left(2\times2\times2\times\frac{1}{6}-1\times1\times1\times\frac{1}{6}\right)\times2$$
$$=\{216-64-(8-1)\times2\}\times\frac{1}{6}=138\times\frac{1}{6}=23\ cm^3$$