

1 以下の問いに答えなさい。

- (1) 4 個の数があります。このうち 3 個の和をとったところ、それぞれ 180, 194, 206, 215 となりました。はじめの 4 個の数のうち、もっとも大きな数を求めなさい。
- (2) ある整数 A は 3 の倍数で、しかも奇数です。11573 を A で割ると 23 余り、6940 を A で割ると 10 余ります。このような整数 A をすべて求めなさい。
- (3) 下の図 1 において、点 X, Y はそれぞれ円 C, D の中心とします。円 D の半径が 4cm で、角 X の大きさが 60° のとき、円 C の面積を求めなさい。ただし、円 C の半径は 4cm より大きいものとします。
- (4) 下の図 2 のように、1 辺の長さが 2cm の正方形 ABCD において、点 E, F はそれぞれ辺 AB, BC を 2 等分する点とします。直線 DE と直線 AF の交わる点を G, 直線 BD と直線 AF の交わる点を H とするとき、①, ②の面積をそれぞれ求めなさい。
 ① 三角形 HBF
 ② 四角形 GEBH
- (5) ある装置 A に 0 でない整数を入力すると、その整数の一の位から順にみて初めて 0 でない数字が現れる位で四捨五入した整数が出力されます。例えば A に 95 を入力すると 100 が出力され、320 を入力すると 300 が出力され、2000 を入力すると 0 が出力されます。このとき、①, ②の問いに答えなさい。
 ① A に 0 でない整数を入力したところ 200 が出力されました。このような整数はいくつありますか。
 ② ある 3 桁の整数 \square を A に入力したところ \square が出力されました。この \square を A に入力したところ 0 が出力されました。 \square が 0 でないとき、このような 3 桁の整数 \square はいくつありますか。

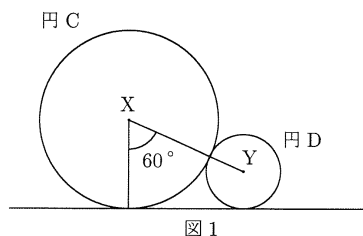


図 1

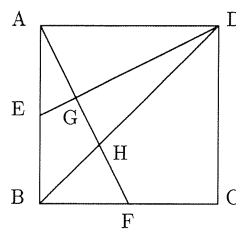


図 2

- (1) 4 個の数を小さい順に A, B, C, D とします。

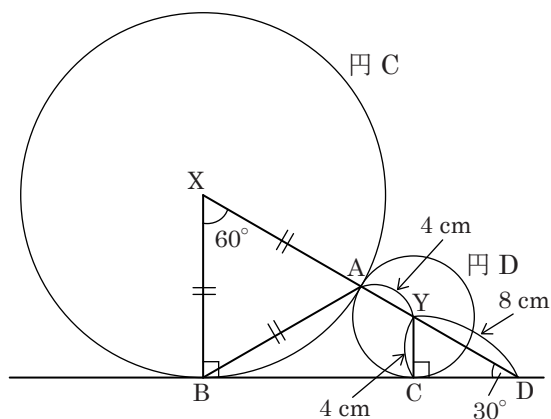
$$\begin{array}{r}
 A+B+C = 180 \\
 A+B + D = 194 \\
 A + C+D = 206 \\
 B+C+D = 215 \\
 \hline
 A \quad B \quad C \quad D \\
 A+B+C+D = 795 \\
 A \quad B \quad C \quad D
 \end{array}$$

合計は

4 個の数の和は $A+B+C+D=795 \div 3=265$ なので、もっとも大きな数は $D=265-180=85$ です。

- (2) $11573-23=11550$, $6940-10=6930$
 $\rightarrow 11550$ と 6930 の最大公約数は 2310
 $(2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11)$
 $\rightarrow 2310$ の約数で「23 よりも大きい」「3 の倍数」「奇数」である数を探します。これは $3 \times \square$ の数で、 \square には 2 以外の 5, 7, 11 で作ることができる積があてはまります。
 $\rightarrow 3 \times 11=33$, $3 \times 5 \times 7=105$,
 $3 \times 5 \times 11=165$, $3 \times 7 \times 11=231$,
 $3 \times 5 \times 7 \times 11=1155$ の 5 つです。

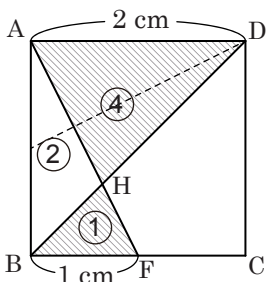
- (3) 下の図のように補助線を引いて考えます。
 三角形 XAB は正三角形です。また、三角形 YCD は三角定規 ($30^\circ 60^\circ 90^\circ$) の形をしているので YD の長さは $4 \times 2=8$ cm になります。
 三角形 ABD は二等辺三角形 ($AB=AD$) なので、 $AB=4+8=12$ cm です。



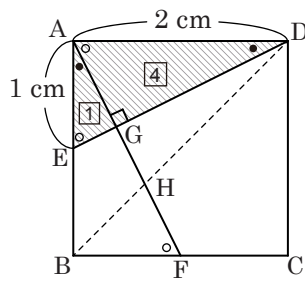
円 C (大きい方) の半径が 12 cm です。
 面積は $12 \times 12 \times 3.14=452.16$ cm² です。
 (次のページに続く)

(4)① 三角形 AHD と三角形 FHB の相似な関係に注目しましょう (図 1)。三角形 ABF は 1 cm^2 なので、三角形 HBF の面積は ① = $\frac{1}{3} \text{ cm}^2$ です。

② 三角形 ABH は ② = $\frac{2}{3} \text{ cm}^2$ です。
 三角形 AEG と三角形 DAG は相似な関係 (図 2) で、面積比が $(1 \times 1) : (2 \times 2) = 1 : 4$ になります。三角形 AEG が ③ = $\frac{1}{5} \text{ cm}^2$ なので、四角形 GEBH の面積は $\frac{2}{3} - \frac{1}{5} = \frac{7}{15} \text{ cm}^2$ です。



(図 1)



(図 2)

(5)① 次の 2 パターンに分かれます。

(一の位を四捨五入) (十の位を四捨五入)

195	200	150	200
196	201	160	210
197	202	170	220
198	203	180	230
199	204	190	240

→ 18 個です。

②

101, 102, 103, 104	3桁	
110, 120, 130, 140	ア	イ

①の答えと同じ → 8通り → 100
 18通り → 200
 イ = 200 と同じ個数 → 18通り → 300
 イ = 200 と同じ個数 → 18通り → 400
 15通り → 1000

500, 600, 700, 800, 900
950, 960, 970, 980, 990
995, 996, 997, 998, 999

全部で 77 個です。

2 A 地点から B 地点に向かって一定の速さで流れている川があります。この川の A 地点からボールを流し、同時に B 地点から A 地点に向けて船が出発しました。船が A 地点で折り返して、B 地点まで一往復したところ、船が B 地点に到着してから 42 秒後にボールも B 地点に到着しました。
 船が B 地点から A 地点まで行くのにかかった時間は、船が A 地点から B 地点まで行くのにかかった時間の 2.25 倍でした。船の静水での速さは一定として以下の問に答えなさい。

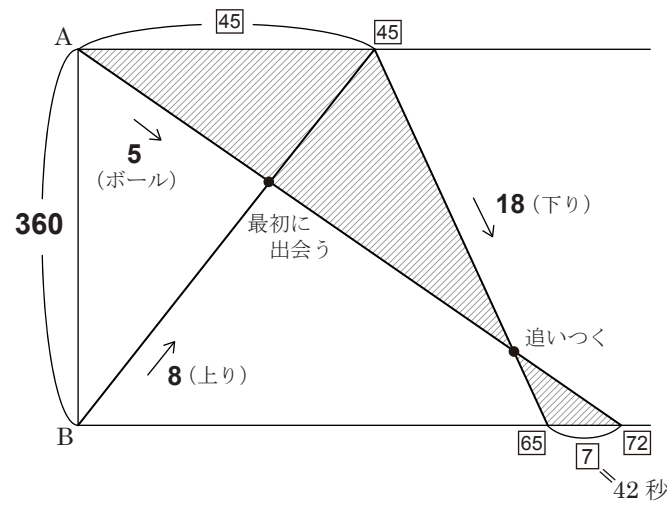
(1) ボールが A 地点を出発してから B 地点に到着するまでに何分何秒かかりましたか。
 (2) 船とボールが出発してから、(ア) 最初に出会うまでにかかった時間、(イ) 船がボールに追いつくまでにかかった時間、をそれぞれ求めなさい。

(1) 速さの比は(上り):(下り) = $1 : 2.25 = 4 : 9$ で、川の流れとの速さ比の関係は右のようになります。AB 間を 360 (最小公倍数) とすると、かかる時間は

(速さ比)		流れ	
上り	8		5
静水時	13		
下り	18		

360 ÷ 8 = 45 ... 上り (B→A)
 360 ÷ 18 = 20 ... 下り (A→B)
 360 ÷ 5 = 72 ... ボール (川の流れ)

船は往復で 45 + 20 = 65 かかり、72 - 65 = 7 (42 秒) 後にボールが到着します。① = 6 秒なので、ボールは 72 = 72 × 6 = 432 秒 = **7 分 12 秒** かかります。



(2) (ア) 最初に出会うまでに $360 \div (8 + 5) = \frac{360}{13} = 166 \frac{2}{13}$ 秒 = **2 分 46 $\frac{2}{13}$ 秒** かかります。
 (イ) ダイアグラムの斜線部分の三角形に注目しましょう。相似比が 45 : 7 です。ボールがかかった時間は 432 秒 ((1) の答え) なので、船が追いつくのは $432 \times \frac{45}{45 + 7} = \frac{4860}{13}$ 秒 = **6 分 13 $\frac{11}{13}$ 秒** です。

3

水槽 A は三角柱の形で、底面は一番長い辺の長さが 8m の直角二等辺三角形で、高さは 9m です。水槽 B は四角柱の形で、底面は 2 辺の長さが 8m と 5m の長方形で、高さは 9m です。

水槽 A, B は、たて 9m、横 8m の長方形の面で隣り合っています。下図のように水槽 A, B の隣り合っている面を取り外して、横 8m で高さが変えられる長方形の仕切りを入れました。

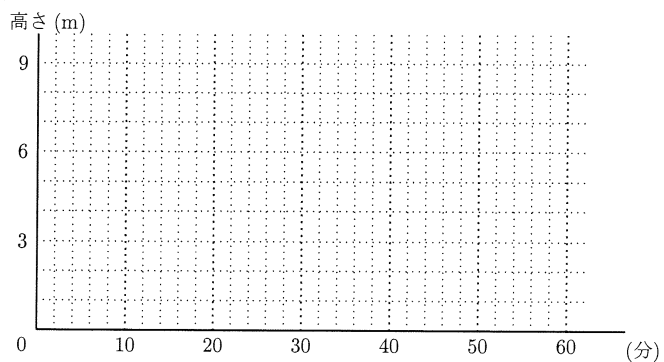
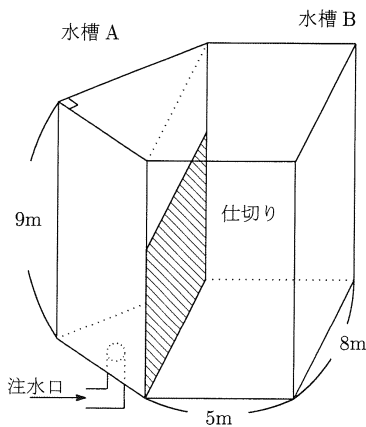
初めは 2 つの水槽は空で、仕切りは 9m の高さまで上げられています。

ある時刻から、水槽 A に 1 分あたり 10m^3 の水を注水口から入れます。それと同時に、仕切りは高さが 1 分あたり 50cm の速さで下がり始め、その高さが 0m になったら停止します。

水槽 A, B が水でいっぱいになったら水を入れるのをやめます。

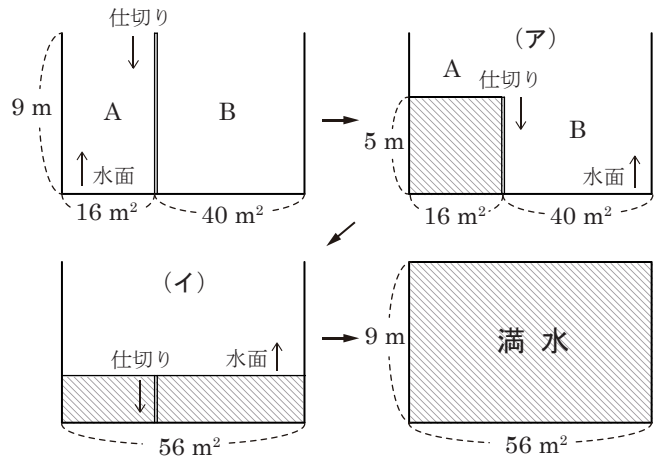
このとき以下の問いに答えなさい。ただし、仕切りや面に厚みはないものとし、仕切りからあふれた水槽の水はただちに隣の水槽に移るものとします。

- (1) 水槽 A から水槽 B へ水があふれ出すのは、水を入れ始めてから何分後でしょうか。
- (2) 水槽 A と水槽 B の水面の高さが初めて等しくなるのは、水を入れ始めてから何分後でしょうか。
- (3) 水を入れ始めてからの時間と水槽 A の水面の高さの関係を表すグラフを解答欄にかきなさい。



(1) 水槽 A の底面積は 16m^2 です。

1 分あたりで水面が $10 \div 16 = \frac{5}{8}\text{m}$ 上がり、仕切りは $\frac{1}{2}\text{m}$ 下がります。右の図の(ア)のときに水槽 A から水があふれ出すので、 $9 \div (\frac{5}{8} + \frac{1}{2}) = 8$ 分後です。このとき、水面の高さは $\frac{5}{8} \times 8 = 5\text{m}$ です。



(2) 仕切りを取りはずして注水した場合の水面の高さ(1 分で水面が $10 \div 56 = \frac{5}{28}\text{m}$ 上がる)と、仕切りの高さ(1 分で $\frac{1}{2}\text{m}$ 下がる)が同じになるとき、右の図の(イ)の状態になります。これは水を入れ始めてから

$9 \div (\frac{5}{28} + \frac{1}{2}) = \frac{252}{19}$ 分 = $13\frac{5}{19}$ 分後です。

このとき、水面の高さは $\frac{5}{28} \times \frac{252}{19} = \frac{45}{19} = 2\frac{7}{19}\text{m}$ です。

(3) この容器が満水(水面の高さが 9m)になるのは $(16+40) \times 9 \div 10 = 50.4$ 分後です。

(1) (2) の結果をまとめると、グラフは右のようになります。

