$\boxed{1}$ $\frac{1}{7}-\frac{1}{9}-\frac{1}{32}=\frac{1}{224}+\frac{1}{\boxed{}}-\frac{2}{63}$

2016＝2×2×2×2×2×3×3×7 を利用します。分母をすべて 2016 に通分すると，

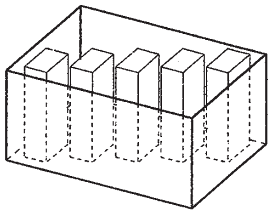
$$(\text{左})=\frac{9\times32}{2016}-\frac{7\times32}{2016}-\frac{7\times9}{2016}=\frac{(9-7)\times32-63}{2016}=\frac{64-63}{2016}=\frac{1}{2016}$$

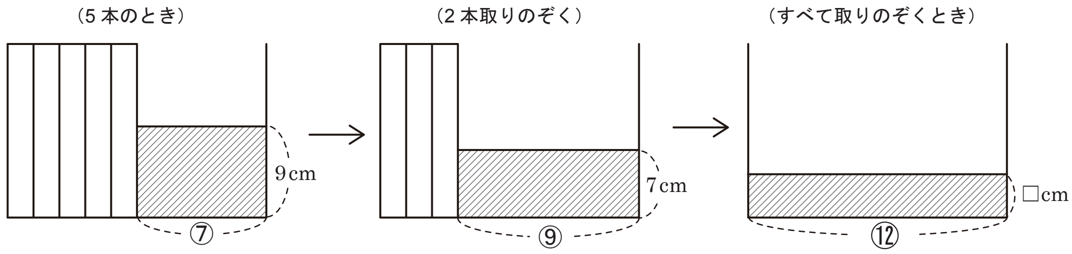
$$(\text{右})=\frac{9}{2016}+\frac{x}{2016}-\frac{32\times2}{2016}=\frac{9+x-64}{2016}$$

→ $1=9+x-64$ → $x=56$ です。$\frac{56}{2016}=\frac{1}{36}$ なので，□は 36 になります。

$\boxed{2}$

深さ 15 cm の直方体の形をした水槽（そう）が水平な床（ゆか）の上にあります。右の図のように，この水槽の中には，同じ形をした高さ 15 cm の四角柱が 5 本入っていて，この水槽に深さが 9 cm になるまで水を入れても，四角柱の底面は水槽の底面に接していました。この状態から四角柱を 2 本取り除くと，水の深さは 7 cm になりました。さらに残りの四角柱 3 本を取り除くと，水の深さは □ cm になります。





水量は変化しません。深さの比が 9 : 7 なので，底面積の比が 7 : 9 です。四角柱 2 本分の底面積が⑨－⑦＝② だとわかります。1 本あたりの底面積は①で，水槽の底面積は⑦＋⑤＝⑫と表せます。水量について，⑦×9＝⑫×□なので，□＝7×9÷12＝$\frac{21}{4}$cm です。

$\boxed{3}$

A 君と B 君は 2 人とも，1 から 10 までの数字が書かれた 10 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，…，$\boxed{10}$ をもっています。A 君は自分のもっている 10 枚のカードから 4 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{4}$，$\boxed{あ}$，$\boxed{い}$ を選び，B 君も自分のもっている 10 枚のカードから 4 枚のカード $\boxed{2}$，$\boxed{6}$，$\boxed{10}$，$\boxed{う}$ を選び，たがいに選んだ 4 枚のカードを交換（かん）します。その後，同じ数字が書かれたカードが手元にあれば，その 2 枚のカードを手元から取り除きます。その結果，A 君の手元には 6 枚のカード $\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$，$\boxed{7}$，$\boxed{8}$ が残りました。このとき，$\boxed{あ}$ に書かれた数字は ① ，$\boxed{い}$ に書かれた数字は ② ，$\boxed{う}$ に書かれた数字は ③ です。ただし，$\boxed{あ}$ に書かれた数字は $\boxed{い}$ に書かれた数字より小さいものとします。

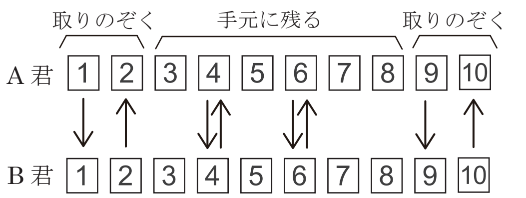
2 人の手元に残るカードは $\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6}\boxed{7}\boxed{8}$ で，取りのぞかれるカードは $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{9}\boxed{10}$ です。手元に残るカードは

「2 人とも交換しない」「2 人とも交換する」

これのどちらかです。逆に，取りのぞかれるカードは

「どちらか一方が相手に渡してしまう」

このようなカードになります。



A 君は 1, 4, 6, 9 を選び，B 君は 2, 4, 6, 10 のカードを選んだことになります。

4

A 君と B 君が円形のジョギングコースを同じ向きに走りました。A 君と B 君は地点 P を同時にスタートし，その 9 分後に，A 君はちょうど 6 周，B 君はちょうど 4 周して同時に地点 P を通過しました。この間，A 君は毎分 200 m の速さで走りました。B 君は，初めの 30 秒間は毎分 200 m の速さで走りました。その後，B 君は，A 君に追いつかれるごとに，追いつかれてから 30 秒間だけは毎分 200m の速さで走りましたが，それ以外の時間は一定の速さで走りました。その一定の速さは，最も速くて毎分 ① m，最も遅(おそ)くて毎分 ② m です。

A 君は 9 分間走り続けて 6 周するので，コース 1 周は 200×9÷6＝300 m です。また，A 君は B 君を <u>2 周抜かし</u>します。

（パターン①）

30 秒	4 分	30 秒	4 分

（パターン②）

30 秒	3 分 45 秒	30 秒	3 分 45 秒	30 秒

9 分間について，▨の時間では 2 人が同じ速さで，□の時間に A 君が 1 周抜かしをします。それがちょうど 2 回あります。

（パターン①）
A 君のほうが 300÷4＝75 m/分 速いので，
B 君は 200－75＝<u>125 m/分</u>（最も速い）。

（パターン②）
A 君のほうが $300 \div 3\frac{3}{4} = 80$ m/分 速いので，
B 君は 200－80＝<u>120 m/分</u>（最も遅い）。

5

1000 以下の整数のうち，2 でも 3 でも 5 でも割り切れない整数を小さいものから順に並べると

1，7，11，13，17，…，997

となります。このなかで，一の位の数が 7 である整数は全部で ① 個あります。また，7 で割り切れる整数は全部で ② 個あります。

① 2 と 3 と 5 の最小公倍数は 30 なので，(1 ～ 30)(31 ～ 60)… のように区切って考えます。2, 3, 5 の倍数でない数は 1 段ごとに 8 個ずつあり，1 つ下の段は 30 ずつ大きくなります。

1000÷30＝33 あまり 10
→ 33 段でき，34 段目に 2 個並びます。

一の位が 7 の数は，表の★の列なので，
34＋33＝<u>67 個</u>あります。

② さらに 7 の倍数に▨の印をつけていくと，7 段ごとに周期が発見できます。
1 周期（7 段）に 7 の倍数は 8 個あります。
4 段目には 2 個存在することに注意しましょう！

周期

		★			★				
1 段 →	1	7	11	13	17	19	23	29	(～ 30)
2 段 →	31	37	41	43	47	49	53	59	(～ 60)
3 段 →	61	67	71	73	77	79	83	89	(～ 90)
4 段 →	91	97	101	103	107	109	113	119	(～ 120)
5 段 →	121	127	131	133	137	139	143	149	(～ 150)
6 段 →	151	157	161	163	167	169	173	179	(～ 180)
7 段 →	181	187	191	193	197	199	203	209	(～ 210)
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
33 段 →	961	967	971	973	977	979	983	989	(～ 990)
34 段 →	991	997							

33÷7＝4 あまり 5 → 7 の倍数は全部で 8×4＋6＝<u>38 個</u>あります。

29 段目 … 1 個　30 段目 … 1 個　31 段目 … 1 個
32 段目 … 2 個　33 段目 … 1 個

6

$\overbrace{7777777777}^{10個}\times\overbrace{7777777777}^{10個}$ を計算すると 20 桁の整数になります。この 20 桁の整数の上 10 桁，下 10 桁を取り出して，それぞれ 10 桁の整数 A，B をつくります。このとき，$A+B=$ ☐ です。ただし，例えば 4 桁の整数 5678 の上 2 桁，下 2 桁を取り出して，それぞれ 2 桁の整数 C，D をつくると，$C=56$，$D=78$，$C+D=134$ です。

$$\overbrace{7777777777}^{10桁}\times7=\overbrace{1111111111}^{10桁}\times49$$
$$=5\underbrace{44444444}_{8桁}39 \quad \cdots(ア)$$

（ア）の 1111111111 倍を考えるので，10 個を 1 桁ずつずらしたものを足しあわせて 20 桁の整数を作ります（**図 1**）。B の下から 10 桁目の合計は 4×8＋3＋9＝44 なので，（イ）A の下から 1 桁目には 4 が繰り上がってきます。A＋B を考えるので，**図 1** のひっ算を**図 2** のように変形します。左半分と右半分を合体させると，どの縦 1 列にも

5 が 1 個，4 が 8 個，3 が 1 個，9 が 1 個

が並んでいます。各位の和は 4×8＋5＋3＋9＝49 なので，この計算だけでは一の位が 9 ですが，（イ）に注意してさらに 4 を加えます。また，B は 10 桁の数なので，繰り上がるはずの 4 は B の一の位に移ったと考えます。A＋B のどの位においても，1 つ右横の位から 4 ずつ繰り上がってくるので，各位の和が 4＋9＝13 になります。A＋B＝

$13\times\underbrace{1111111111}_{10桁}=$ 14444444443 です。

（答）

1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3

図 1

10 桁　10 桁

										5	4	4	4	4	4	4	4	4	3	9
									5	4	4	4	4	4	4	4	4	3	9	
								5	4	4	4	4	4	4	4	4	3	9		
							5	4	4	4	4	4	4	4	4	3	9			
						5	4	4	4	4	4	4	4	4	3	9				
					5	4	4	4	4	4	4	4	4	3	9					
				5	4	4	4	4	4	4	4	4	3	9						
			5	4	4	4	4	4	4	4	4	3	9							
		5	4	4	4	4	4	4	4	4	3	9								
＋	5	4	4	4	4	4	4	4	4	3	9									

A　B

図 2

10 桁

	4	4	4	4	4	4	4	4	3	9
	4	4	4	4	4	4	4	3	9	5
	4	4	4	4	4	4	3	9	5	4
	4	4	4	4	4	3	9	5	4	4
	4	4	4	4	3	9	5	4	4	4
	4	4	4	3	9	5	4	4	4	4
	4	4	3	9	5	4	4	4	4	4
	4	3	9	5	4	4	4	4	4	4
	3	9	5	4	4	4	4	4	4	4
	9	5	4	4	4	4	4	4	4	4
＋	5	4	4	4	4	4	4	4	4	3

和　B

　　A

7

光が鏡で反射するときには，図 1 のように角㋐と角㋑が等しくなります。

図 2 は，2 枚の鏡 OX，OY で，光が何回も反射する様子を表しています。1 回目に反射する点が P，2 回目に反射する点が Q です。4 回目に反射する点が，反射する点のうちで O に最も近い点となるとき，角㋒の大きさは，最も大きくて ① 度，最も小さくて ② 度です。ただし，O に最も近い点は 2 個以上あってもよいものとします。

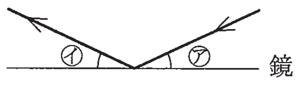


図1

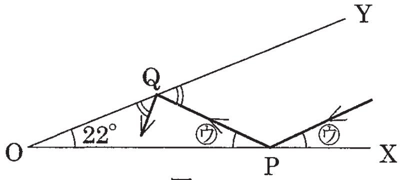


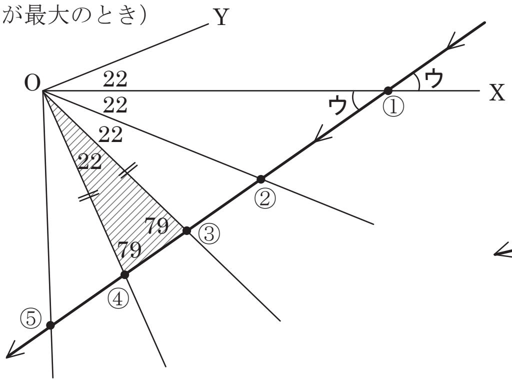
図2

折り返した図（線対称）を描いて考えます。ここでは，1 回目, 2 回目, 3 回目, … に反射する点を①, ②, ③,…とします。

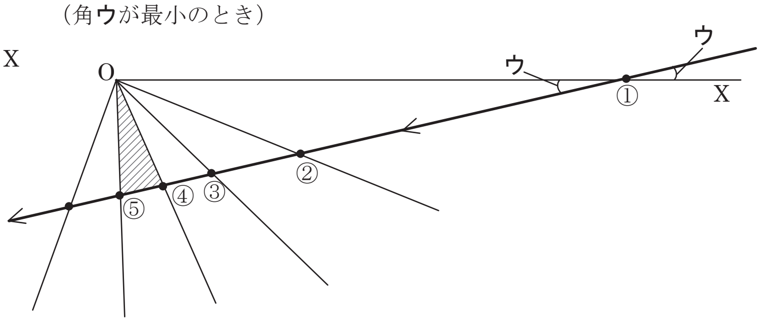
（角**ウ**が最大）点 O と④の距離が最も近くなる場合を考えます。点 O から③と④の距離が等しく，斜線部分が二等辺三角形になるので，**ウ**＝79－44＝35 度です。

（角**ウ**が最小）点 O から④と⑤の距離が等しく，斜線部分が二等辺三角形になります。**ウ**の角度は最大の場合よりも 22 度小さくなるので，35－22＝13 度です。

（角**ウ**が最大のとき）

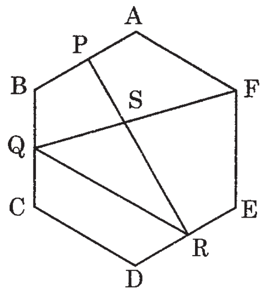


（角**ウ**が最小のとき）



8

右の図のような正六角形 ABCDEF があり，点 P，Q，R は，それぞれ辺 AB，BC，DE の真ん中の点です。2 本の直線 PR，QF は点 S で交わっています。このとき，三角形 QRS の面積は，正六角形 ABCDEF の面積の ＿＿ 倍です。



正六角形の 1 辺の長さを 2 とします（**図 1**）。
FS：SQ＝4：3 なので，三角形 RFS と QRS の面積比は 4：3 になります。三角形 FQR は等積変形すると，**図 2** のような正三角形になり，これは全体の $\frac{9}{24}=\frac{3}{8}$ 倍だと視覚的にもわかります。よって，三角形 QRS は，

全体の $\frac{3}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{9}{56}$ 倍になります。

図 1

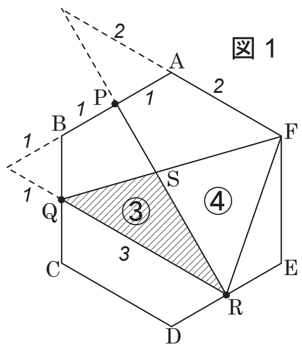
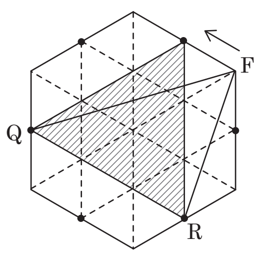
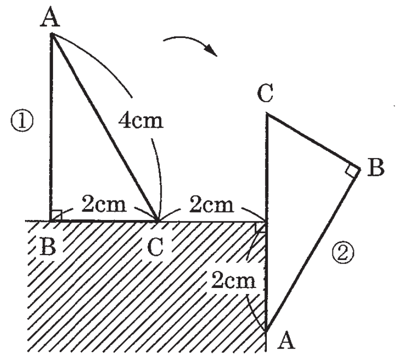


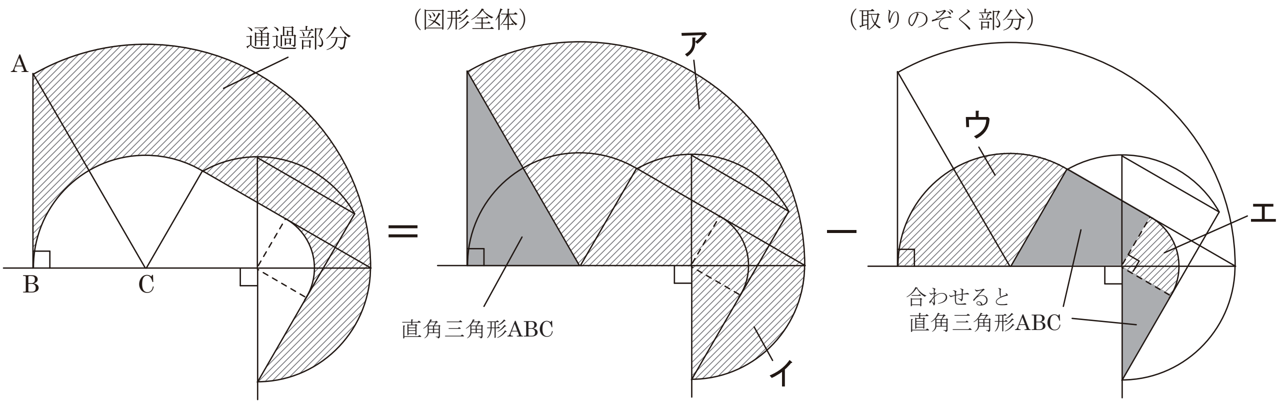
図 2



9

右の図のような直角三角形 ABC があります。この直角三角形が斜線（しゃせん）部分の外側を，①の状態から矢印の方向にすべることなく転がって，②の状態まで移動します。このとき，辺 AB が通過する部分の面積は □ cm^2 です。





（通過部分）＝（図形全体）－（取りのぞく部分）

$$=\underbrace{4\times4\times3.14\times\frac{1}{3}}_{ア}+\underbrace{2\times2\times3.14\times\frac{1}{4}}_{イ}-\underbrace{2\times2\times3.14\times\frac{1}{3}}_{ウ}-\underbrace{1\times1\times3.14\times\frac{1}{4}}_{エ}$$

$$=\left(\frac{16}{3}+1-\frac{4}{3}-\frac{1}{4}\right)\times3.14=4\frac{3}{4}\times3.14=\underline{14.915\ cm^2}$$

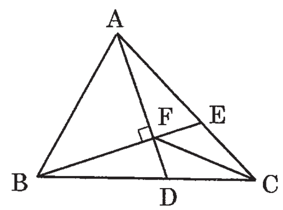
10

右の図の三角形 ABC において，2 本の直線 AD と BE は点 F で垂直に交わっています。また，

（BD の長さ）:（DC の長さ）= 3:2

（AB の長さ）:（CF の長さ）= 3:2

です。このとき，FD の長さは AF の長さの ① 倍で，四角形 FDCE の面積は三角形 ABC の面積の ② 倍です。



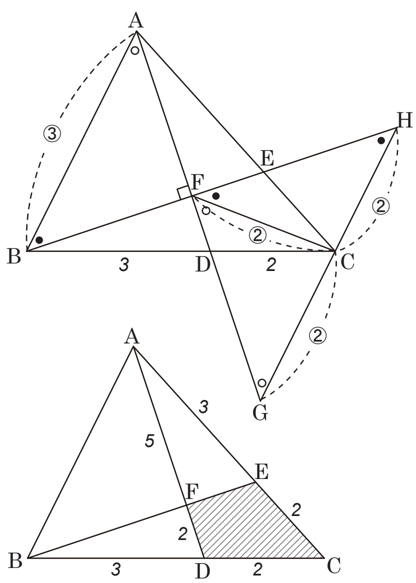
① AB と平行で，C を通る平行線 GH を引きます。三角形 ABD と三角形 GCD は相似比が 3 : 2 の関係で，三角形 CFG が二等辺三角形になります（○＋●＝90 度）。また，三角形 CHF も二等辺三角形なので，CF＝CH＝②です。

三角形 ABD と三角形 GCD の相似 → AD : DG＝3 : 2
三角形 ABF と三角形 GHF の相似 → AF : FG＝3 : 4

比をそろえると AF : FD : DG＝15 : 6 : 14

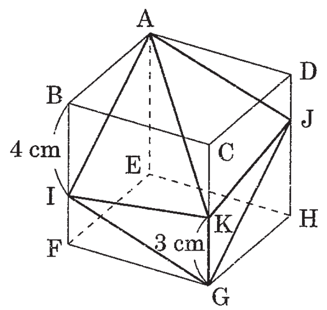
→ FD は AF の $\frac{6}{15}=\underline{\frac{2}{5}倍}$の長さです。

② 三角形 ABE と三角形 CHE の相似より AE : EC＝3 : 2 です。四角形 FDCE は三角形 ADC の $1-\frac{5}{7}\times\frac{3}{5}=\frac{4}{7}$倍 なので，三角形 ABC の $\frac{2}{5}\times\frac{4}{7}=\underline{\frac{8}{35}倍}$です。



11

右の図は，1 辺の長さが 6 cm の立方体です。この立方体を 3 点 A，I，G を通る平面で切ったとき，この平面と辺 DH は点 J で交わります。四角すい K - AIGJ の体積は ① cm³ です。また，3 点 B，D，G を通る平面で四角すい K - AIGJ を 2 つの立体に分けたとき，点 K を含(ふく)む立体の体積は ② cm³ です。



① 平面 AIGJ は平行四辺形なので，DJ＝2 cm，JH＝4 cm です。三角すい A-IGK は $3\times6\times\frac{1}{2}\times6\times\frac{1}{3}=18$ cm³，三角すい A-JGK も同じ体積なので，四角すい K-AIGJ は $18\times2=$36 cm³ になります。

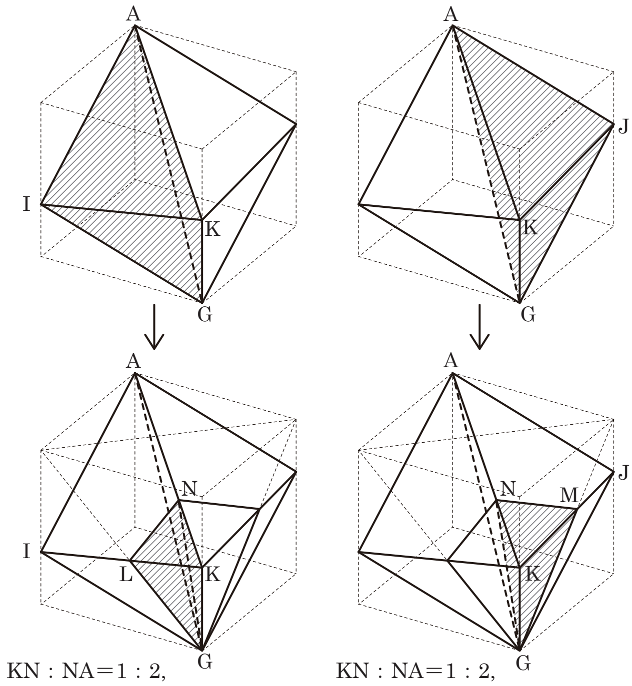
② 次に，この立体を面 BDG（正三角形の面）で切断します。四角すい K-NLGM の体積は，2 つの三角すいに分けて考えます。①より，三角すい K-AIG と K-AJG は 18 cm³ なので，

（三角すい K-NLG）$=18\times\frac{3}{7}\times\frac{1}{3}=\frac{18}{7}$ cm³，

（三角すい K-NMG）$=18\times\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{18}{5}$ cm³。

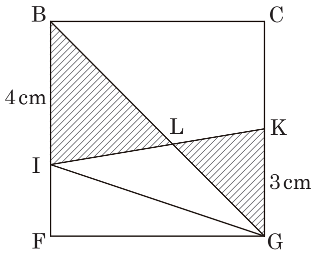
（各辺の比は下の図を参考）

合わせると $\frac{18}{7}+\frac{18}{5}=\frac{216}{35}$ cm³ になります。

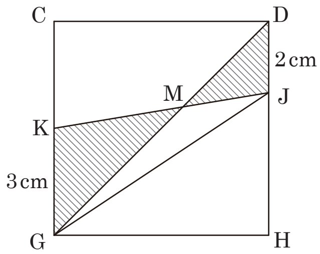


KN : NA＝1 : 2,
KL : LI＝3 : 4

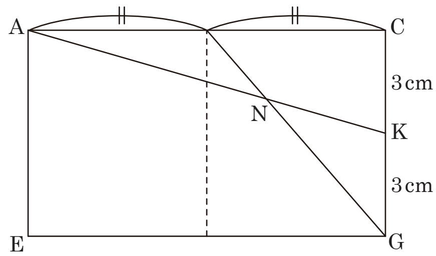
KN : NA＝1 : 2,
KM : MJ=3 : 2



KL : LI＝3 : 4



KM : MJ=3 : 2



KN : NA＝1 : 2