1　2 つの地点 X, Y を結ぶ道があります。 A 君は X から Y へ向かって，B 君は Y から X へ向かって移動し，地図上の中間地点 M で出会うことにしました。地図には等高線が描(か)かれていなかったため， B 君は，図 1 のように 2 人とも水平な道を移動すると考えました。B 君は，自分が A 君より速く移動できること，おのおのがつねに同じ速さで移動することの 2 つをふまえて，A 君が出発してから 15 分後に出発しました。これで，2 人はちょうど M で出会うはずでした。

ところが，実際には図 2 のような下り坂がありました。x %の下り坂では移動する速さが x %だけ増すことになります。ここで 下り坂が x %であるとは，

$$x=\frac{（下向きに移動する長さ）}{（横向きに移動する長さ）}\times 100$$

のことを指します。それでも無事に，2 人はちょうど M で出会いました。このとき，以下の問いに答えなさい。

なお，3 辺の長さの比が 3 : 4 : 5 や 5 : 12 : 13 となる直角三角形を利用してもかまいません。

(1) ① A 君 が X を出発してから M で B 君に出会うまでに「実際にかかった時間」は,「事前に B 君が想定していた時間」の何倍ですか。
② B 君 が Y を出発してから M で A 君に出会うまでに「実際にかかった時間」は,「事前に B 君が想定していた時間」の何倍ですか。

(2) A 君が X を出発してから M で B 君に出会うまでに「実際にかかった時間」を求めなさい。

図 1

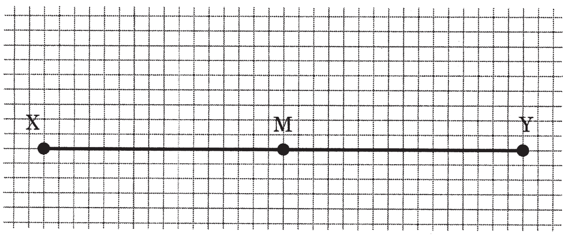
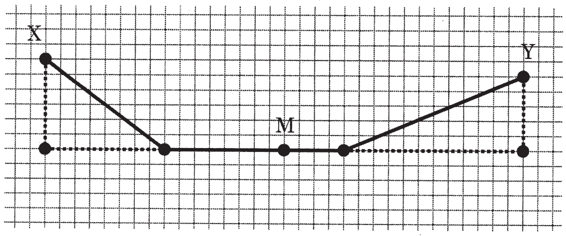
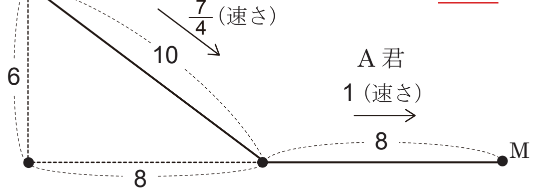


図 2

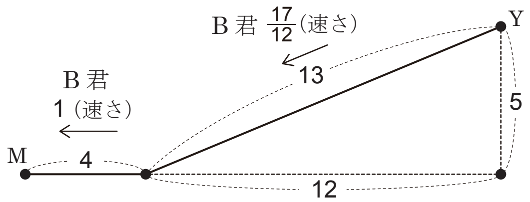


(1) A 君は 3 : 4 : 5，B 君は 5 : 12 : 13 の直角三角形の斜面を下ります。下り坂では，A 君は水平な道での速さの $1+\frac{3}{4}=\frac{7}{4}$ 倍，B 君は $1+\frac{5}{12}=\frac{17}{12}$ 倍の速さになります。

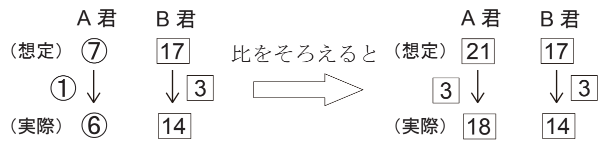
①（A 君の想定の時間） 16÷1＝16
（A 君の実際の時間） $10\div\frac{7}{4}+8\div1=\frac{96}{7}$ なので，
$\frac{96}{7}\div16=\frac{6}{7}$ 倍です。



②（B 君の想定の時間） 16÷1＝16
（B 君の実際の時間） $13\div\frac{17}{12}+4\div1=\frac{224}{17}$ なので，
$\frac{224}{17}\div16=\frac{14}{17}$ 倍です。



(2) A 君は想定では ⑦，実際は ⑥ の時間がかかり，B 君は想定では $\boxed{17}$，実際は $\boxed{14}$ の時間がかかるものとします。B 君はどちらも 15 分遅れで，A 君と同時に到着するので，差 ① ＝ $\boxed{3}$ がいえます。



比をそろえると上のようになります。$\boxed{4}$＝15 分なので，実際に A 君が到着するまでにかかった時間は
$\boxed{18}=15\times\frac{18}{4}$＝67.5 分＝1 時間 7 分 30 秒です。

2　3 人の職人 A，B，C の 1 日あたりの賃金はそれぞれ 6000 円，9000 円，30000 円です。ある仕事を A 1 人に頼(たの)むと 600 日，B 1 人に頼むと 400 日，C 1 人に頼むと 200 日でちょうど完了(りょう)します。職人が 2 人，あるいは 3 人で同じ日に作業したとき，それぞれの能率は 1 人のときと変わらず，その合計の作業がされます。また，最後の日は途(と)中で仕事が完了しても 1 日と数え，1 日分の賃金を支払(はら)います。以下の問いに答えなさい。

(1) どの日も A，B 2 人だけで作業すると，この仕事は何日で完了しますか。

(2) 210 日以内にこの仕事を完了させるとき，賃金の合計金額が一番少ないのは，A，B，C それぞれに何日ずつ頼むときですか。また，そのときの賃金の合計金額はいくらですか。

(3) 賃金の合計金額を 420 万円以内とするとき，この仕事が完了するまでにかかる日数が一番少ないのは，A，B，C それぞれに何日ずつ頼むときですか。また，そのとき何日で仕事は完了しますか。

（次のページに続く）

(1) 全体の仕事量を1200とすると，1 日あたりの仕事量は，A が②，B が③，C が⑥と表せます。A，B の 2 人だと 1200÷（②＋③）＝240 日で完了します。

(2) ①あたりの賃金は，A が 6000÷2＝3000 円，B が 9000÷3＝3000 円，C が 30000÷6＝5000 円で，C の働く日数をできるだけ少なくすると，賃金の合計を少なくできます。もし 3 人で 210 日働くと（②＋③＋⑥）×210＝2310で，C が 1 日休むと ⑥少なくなるので，C は（2310 − 1200）÷⑥＝185 日休んだとわかります。A が 210 日，B が 210 日，C が 210−185＝25 日働き，そのときの賃金の合計金額は（6000＋9000）×210＋30000×25

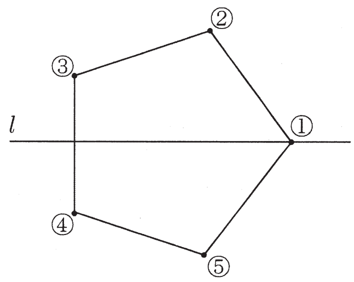
＝3900000 円になります。

(3) A，B だけで仕事をすると 3000×1200＝360 万円かかります。ここからできるだけ C が働くと，仕事の日数を少なくできます。C に仕事をゆずると ①あたりで 5000−3000＝2000 円高くなるので，C は（420 万−360 万）÷2000＝300の仕事量を300÷⑥＝50 日で働きました。A と B の 2 人は1200−300＝900を，2 人とも900÷（②＋③）＝180 日で働きます。また，そのとき 180 日で仕事が完了します。

---

3 図の正五角形は直線 l に関して線対称です。いま，点 A が正五角形の頂点 ①，②，③，④，⑤ を，**操作 1**，**操作 2**，**操作 3** のいずれかに従い移動します。

操作 1 ：時計回りに 2 つ移動する
操作 2 ：時計回りの反対の方向に 1 つ移動する
操作 3 ：直線 l に関して線対称な頂点に移動する



たとえば②からスタートして，**操作 1**，**操作 2**，**操作 3**，**操作 3**，**操作 1** の 5 回の操作による点 A の移動は，次の例のように表記します。**操作 3**，**操作 2**，**操作 3**，**操作 3**，**操作 1** による移動も同じ表記になります。

例	②	⑤	①	①	①	④

以下の問いに答えなさい（答えのみでよい）。

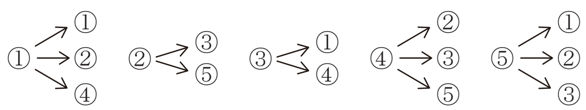
(1) 点 A が②からスタートして 2 回の操作の直後にいることができる頂点をすべて書きなさい。

(2) 1 回の操作の直後に点 A が④にいられるような頂点をすべて書きなさい。

(3) 点 A が②からスタートして 5 回の操作の直後に④にいる移動の表記は全部で何通りありますか。さらに，その表記を上の例にならってすべて書き上げなさい。

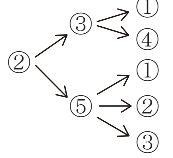
---

(1) ①〜⑤に操作 1 〜 3 のいずれかをおこなうと次のように変化します。

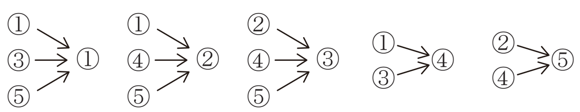


これらを組み合わせると，②から 2 回の操作をすると右のようになります。考えられる頂点は ①，②，③，④ の 4 通りです。

2 回の操作

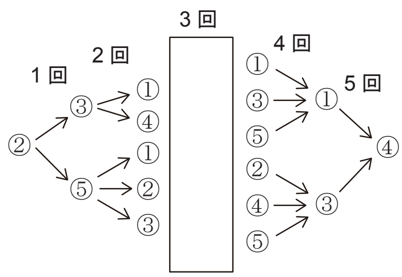


(2) 操作をして①〜⑤になるとき，直前の位置については次のように考えられます。



よって，④の直前の位置は ①，③ の 2 通り考えられます。

(3) (2)の 1 つ前は下図のようになります。ここから(1)の結果と接続するように 3 回目の操作を考えます。



2 回の操作後，①とは①②④の 3 通り，④とは③⑤②⑤の 4 通り，①とは同じく 3 通り，②とは③⑤⑤の 3 通り，③とは①④の 2 通りと接続することができます。移動の表記は3＋4＋3＋3＋2＝15 通りで，次のようになります。

②③①①①④　②③①②③④　②③①④③④
②③④③①④　②③④⑤①④　②③④②③④　②③④⑤③④
②⑤①①①④　②⑤①②③④　②⑤①④③④
②⑤②③①④　②⑤②⑤①④　②⑤②⑤③④
②⑤③①①④　②⑤③④③④

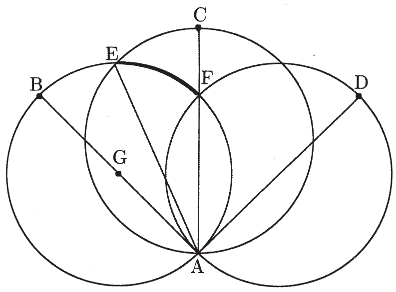
4

(1) 右図において，3 つの円の直径 AB, AC, AD はすべて 6 cm で，直線 AB と直線 AD は垂直です。また，直線 AC を線対称の軸とみるとき，点 B と点 D が対応します。点 G は一番左にある円の中心です。

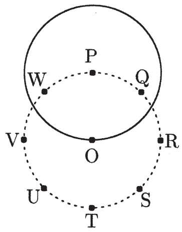
(i) 点 E と点 F とを結ぶ曲線（右図の太線）の長さは何 cm ですか。

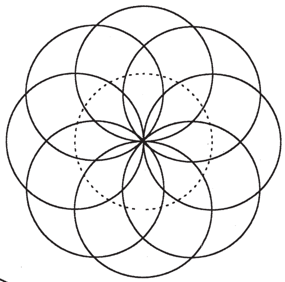
(ii) 三角形 ABE の面積は三角形 EFG の面積の何倍ですか。

(iii) 三角形 AEF の面積は何 cm^2 ですか。

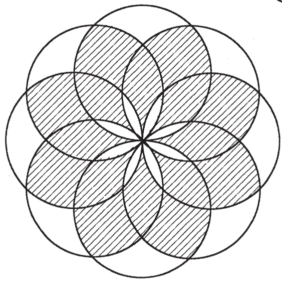


(2) 点 O を中心とする半径 3 cm（直径 6 cm）の円の周上に，周の長さを 8 等分する点を取り，順に点 P，Q，R，S，T，U，V，W とします。8 個の点 P，Q，R，S，T，U，V，W それぞれを中心とする半径 3 cm の円を描くと，右図のようになります。

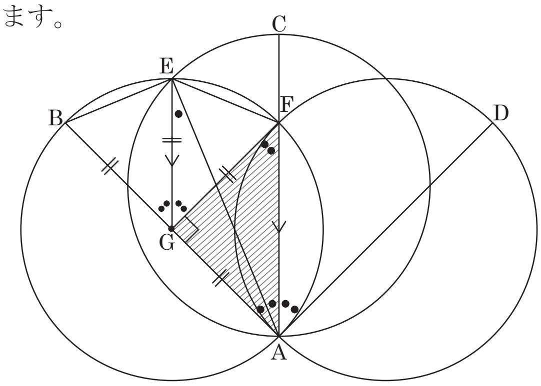




このとき現れる線を利用して，右の斜線部の図形を考えます。この斜線部の図形の面積は何 cm^2 ですか。



(1) 直線 EA を線対称の軸とみると B と C が対応します。同じ印の角度が等しくなり，●＝22.5 度になります。

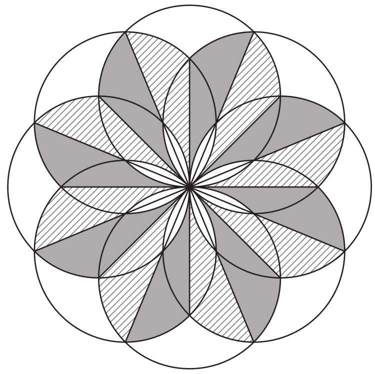


(i) ●●＝45 度のおうぎ形の曲線の長さを考えるので，$6 \times 3.14 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{4} \times 3.14 =$ 2.355 cm です。

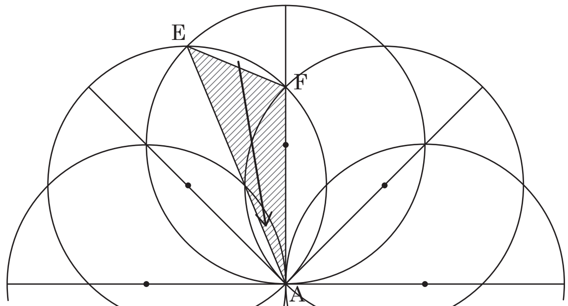
(ii) 三角形 BEG と EFG と AEG の面積が等しいので，三角形 ABE は三角形 EFG の 2 倍です。

(iii) EG と FA は平行なので，等積変形すると三角形 AEF と斜線部分（直角二等辺三角形）の面積は等しくなります。$3 \times 3 \times \frac{1}{2} =$ 4.5 cm^2 です。

(2) 右図のように補助線を引いて，この図形を 16 等分します。1 つ分の面積について，(1) の図形を参考にして考えていきます。下図のように移動させると，三角形 AEF（4.5 cm^2）と等しくなります。



答えは 16 倍をして $4.5 \times 16 =$ 72 cm^2 になります。



(2) を解く前に「なぜ (1) が出題されていたのか？」をしっかり考えて問題に取り組むようにしましょう。