

1

2つの地点 X, Y を結ぶ道があります。A 君は X から Y へ向かって、B 君は Y から X へ向かって移動し、地図上の中間地点 M で出会うことにしました。地図には等高線が描かれていなかったため、B 君は、図 1 のように 2 人とも水平な道を移動すると考えました。B 君は、自分が A 君より速く移動できること、おのおのがつねに同じ速さで移動することの 2 つをふまえて、A 君が出発してから 15 分後に出発しました。これで、2 人はちょうど M で出会うはずでした。

ところが、実際には図 2 のような下り坂がありました。x % の下り坂では移動する速さが x % だけ増すことになります。ここで下り坂が x % であるとは、

$$x = \frac{\text{(下向きに移動する長さ)}}{\text{(横向きに移動する長さ)}} \times 100$$

のことを指します。それでも無事に、2 人はちょうど M で出会いました。このとき、以下の問いに答えなさい。

なお、3 辺の長さの比が 3 : 4 : 5 や 5 : 12 : 13 となる直角三角形を利用してもかまいません。

- (1) ① A 君が X を出発してから M で B 君に出会うまでに「実際にかかった時間」は、「事前に B 君が想定していた時間」の何倍ですか。  
 ② B 君が Y を出発してから M で A 君に出会うまでに「実際にかかった時間」は、「事前に B 君が想定していた時間」の何倍ですか。
- (2) A 君が X を出発してから M で B 君に出会うまでに「実際にかかった時間」を求めなさい。

図 1

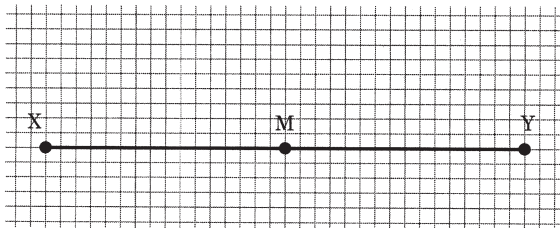
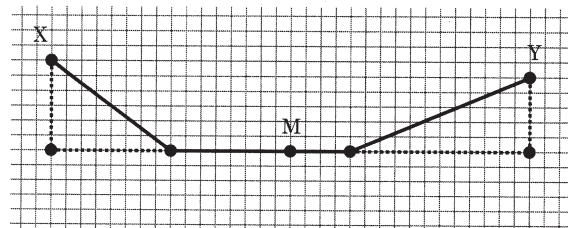
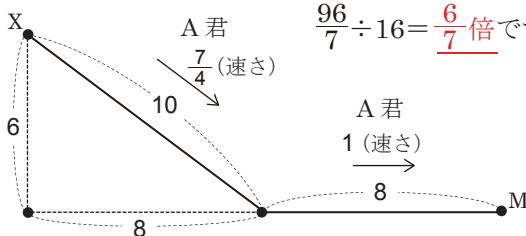


図 2



- (1) A 君は 3 : 4 : 5, B 君は 5 : 12 : 13 の直角三角形の斜面を下ります。下り坂では、A 君は水平な道での速さの  $1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$  倍、B 君は  $1 + \frac{5}{12} = \frac{17}{12}$  倍の速さになります。

- ① (A 君の想定) 16 ÷ 1 = 16  
 (A 君の実際)  $10 \div \frac{7}{4} + 8 \div 1 = \frac{96}{7}$  なので、  
 $\frac{96}{7} \div 16 = \frac{6}{7}$  倍です。



- ② (B 君の想定) 16 ÷ 1 = 16  
 (B 君の実際)  $13 \div \frac{17}{12} + 4 \div 1 = \frac{224}{17}$  なので、  
 $\frac{224}{17} \div 16 = \frac{14}{17}$  倍です。

- (2) A 君は想定では ⑦, 実際は ⑥ の時間がかかり、B 君は想定では ⑬, 実際は ⑭ の時間がかかるものとします。B 君はどちらも 15 分遅れで、A 君と同時に到着するので、差 ① = ③ がいえます。

A 君	B 君		A 君	B 君
(想定) ⑦	⑬	比をそろえると	(想定) ⑬	⑬
① ↓	↓ ③	→	③ ↓	↓ ③
(実際) ⑥	⑭		(実際) ⑯	⑭

比をそろえると上ようになります。④ = 15 分なので、実際に A 君が到着するまでにかかった時間は  $⑯ = 15 \times \frac{18}{4} = 67.5$  分 = 1 時間 7 分 30 秒です。

2

3 人の職人 A, B, C の 1 日あたりの賃金はそれぞれ 6000 円, 9000 円, 30000 円です。ある仕事を A 1 人に頼むと 600 日, B 1 人に頼むと 400 日, C 1 人に頼むと 200 日でちょうど完了します。職人が 2 人, あるいは 3 人で同じ日に作業したとき、それぞれの能率は 1 人のときと変わらず、その合計の作業がされます。また、最後の日は途中で仕事が完了しても 1 日と数え、1 日分の賃金を支払います。以下の問いに答えなさい。

- (1) どの日も A, B 2 人だけで作業すると、この仕事は何日で完了しますか。
- (2) 210 日以内にこの仕事を完了させるとき、賃金の合計金額が一番少ないのは、A, B, C それぞれに何日ずつ頼むときですか。また、そのときの賃金の合計金額はいくらですか。
- (3) 賃金の合計金額を 420 万円以内とするとき、この仕事が完了するまでにかかる日数が一番少ないのは、A, B, C それぞれに何日ずつ頼むときですか。また、そのとき何日で仕事は完了しますか。

(次のページに続く)

- (1) 全体の仕事を(1200)とすると、1日あたりの仕事量は、Aが②、Bが③、Cが⑥と表せます。A、Bの2人だと  $(1200) \div (2+3) = 240$  日で完了します。
- (2) ①あたりの賃金は、Aが  $6000 \div 2 = 3000$  円、Bが  $9000 \div 3 = 3000$  円、Cが  $30000 \div 6 = 5000$  円で、Cの働く日数をできるだけ少なくすると、賃金の合計を少なくできます。もし3人で210日働くとき  $(2+3+6) \times 210 = 2310$  で、Cが1日休むと⑥少なくなるので、Cは  $(2310 - 1200) \div 6 = 185$  日休んだとわかります。Aが 210日、Bが 210日、Cが  $210 - 185 = 25$  日働き、そのときの賃金の合

計金額は  $(6000+9000) \times 210 + 30000 \times 25 = 3900000$  円になります。

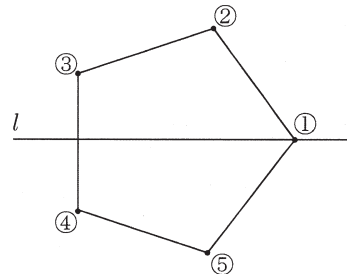
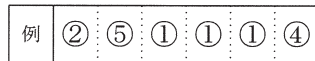
- (3) A、Bだけで仕事をするとき  $3000 \times 1200 = 360$  万円かかります。ここからできるだけCが働くと、仕事の日数を少なくできます。Cに仕事をゆずると①あたりで  $5000 - 3000 = 2000$  円高くなるので、Cは  $(420万 - 360万) \div 2000 = 300$  の仕事を  $300 \div 6 = 50$  日で働きました。AとBの2人は  $1200 - 300 = 900$  を、2人とも  $900 \div (2+3) = 180$  日で働きます。また、そのとき 180日 で仕事が完了します。

3

図の正五角形は直線  $l$  に関して線対称です。いま、点Aが正五角形の頂点①、②、③、④、⑤を、操作1、操作2、操作3のいずれかに従い移動します。

- 操作1：時計回りに2つ移動する
- 操作2：時計回りの反対の方向に1つ移動する
- 操作3：直線  $l$  に関して線対称な頂点に移動する

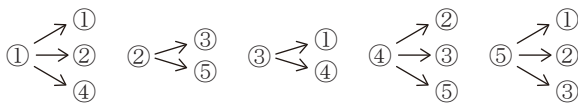
たとえば②からスタートして、操作1、操作2、操作3、操作3、操作1の5回の操作による点Aの移動は、次の例のように表記します。操作3、操作2、操作3、操作3、操作1による移動も同じ表記になります。



以下の問いに答えなさい(答えのみでよい)。

- 点Aが②からスタートして2回の操作の直後にいることができる頂点をすべて書きなさい。
- 1回の操作の直後に点Aが④にいられるような頂点をすべて書きなさい。
- 点Aが②からスタートして5回の操作の直後に④にいる移動の表記は全部で何通りありますか。さらに、その表記を上例にならってすべて書き上げなさい。

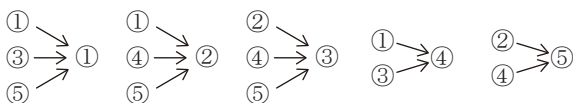
- (1) ①~⑤に操作1~3のいずれかをおこなうと次のように変化します。



これらを組み合わせると、②から2回の操作をすると右のようになります。考えられる頂点は ①, ②, ③, ④ の4通りです。

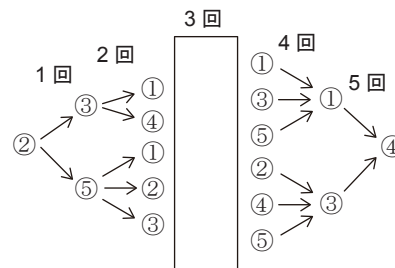


- (2) 操作をして①~⑤になるとき、直前の位置については次のように考えられます。



よって、④の直前の位置は ①, ③ の2通り考えられます。

- (3) (2)の1つ前は下図のようになります。ここから(1)の結果と接続するように3回目の操作を考えます。

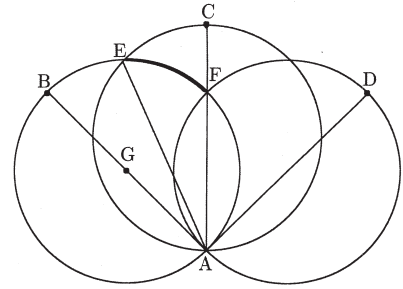


2回の操作後、①とは①②④の3通り、④とは③⑤②⑤の4通り、①とは同じく3通り、②とは③⑤⑤の3通り、③とは①④の2通りと接続することができます。移動の表記は  $3+4+3+3+2 = 15$  通りで、次のようになります。

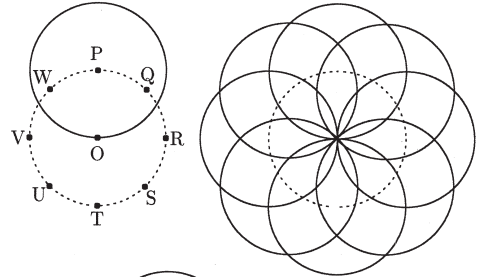
- ②③①①①④ ②③①②③④ ②③①④③④  
 ②③④③①④ ②③④⑤①④ ②③④②③④ ②③④⑤③④  
 ②⑤①①①④ ②⑤①②③④ ②⑤①④③④  
 ②⑤②③①④ ②⑤②⑤①④ ②⑤②⑤③④  
 ②⑤③①①④ ②⑤③④③④

4

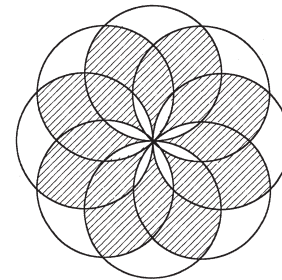
- (1) 右図において、3つの円の直径 AB, AC, AD はすべて 6 cm で、直線 AB と直線 AD は垂直です。また、直線 AC を線対称の軸とみると、点 B と点 D が対応します。点 G は一番左にある円の中心です。
- (i) 点 E と点 F とを結ぶ曲線 (右図の太線) の長さは何 cm ですか。
  - (ii) 三角形 ABE の面積は三角形 EFG の面積の何倍ですか。
  - (iii) 三角形 AEF の面積は何  $\text{cm}^2$  ですか。



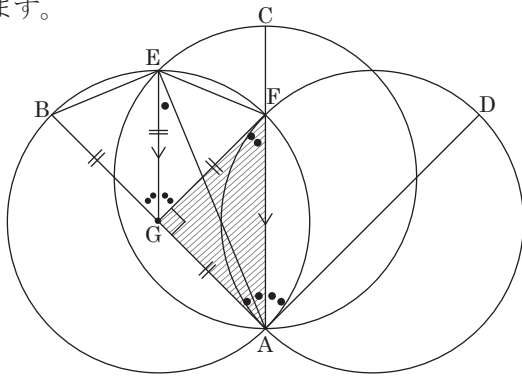
- (2) 点 O を中心とする半径 3 cm (直径 6 cm) の円の周上に、周の長さを 8 等分する点を取り、順に点 P, Q, R, S, T, U, V, W とします。8 個の点 P, Q, R, S, T, U, V, W それぞれを中心とする半径 3 cm の円を描くと、右図のようになります。



このとき現れる線を利用して、右の斜線部の図形を考えます。この斜線部の図形の面積は何  $\text{cm}^2$  ですか。

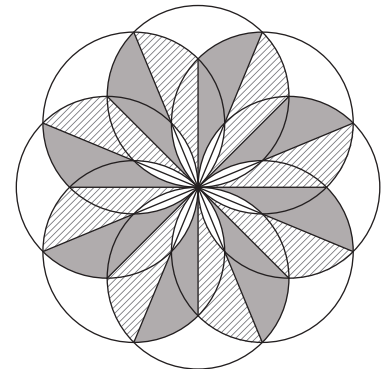


- (1) 直線 EA を線対称の軸とみると B と C が対応します。同じ印の角度が等しくなり、●=22.5 度になります。

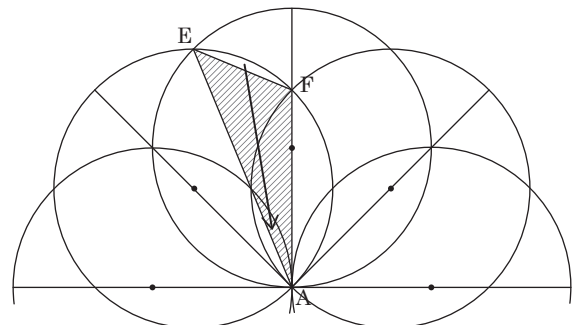


- (i) ●●=45 度のおうぎ形の曲線の長さを考えるので、 $6 \times 3.14 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{4} \times 3.14 = 2.355 \text{ cm}$  です。
- (ii) 三角形 BEG と EFG と AEG の面積が等しいので、三角形 ABE は三角形 EFG の 2 倍 です。
- (iii) EG と FA は平行なので、等積変形すると三角形 AEF と斜線部分 (直角二等辺三角形) の面積は等しくなります。 $3 \times 3 \times \frac{1}{2} = 4.5 \text{ cm}^2$  です。

- (2) 右図のように補助線を引いて、この図形を 16 等分します。1 つ分の面積について、(1) の図形を参考にして考えていきます。下図のように移動させると、三角形 AEF ( $4.5 \text{ cm}^2$ ) と等しくなります。



答えは 16 倍をして  $4.5 \times 16 = 72 \text{ cm}^2$  になります。



(2) を解く前に「なぜ (1) が出題されていたのか？」をしっかりと考えて問題に取り組むようにしましょう。