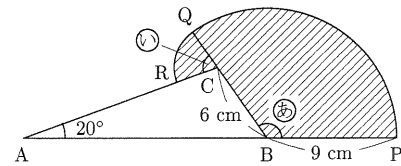


1

以下の文章の [ア] ~ [カ] に当てはまる数を答えなさい。

(1) 3つの整数 [ア], [イ], [ウ] があります。[ア] と [イ] の最大公約数は 21, [イ] と [ウ] の最大公約数は 35, [ア] と [ウ] の最大公約数は 98 です。また, [ア] と [イ] と [ウ] の合計は 1000 以下です。

(2) 右の図は, 三角形 ABC と半径が 9cm の円の一部と半径が 3cm の円の一部を組み合わせた図形です。P から Q までの曲線の長さは Q から R までの曲線の長さの 5 倍です。このとき, 図の (あ) の角の大きさは [エ]°, (い) の角の大きさは [オ]°, 斜線部分の面積は [カ] cm² です。



(1) **ア** と **イ** は 21 の倍数 **イ** と **ウ** は 35 の倍数
ア と **ウ** は 98 の倍数

ア は 21 と 98 の公倍数 = 294 の倍数
イ は 21 と 35 の公倍数 = 105 の倍数
ウ は 35 と 98 の公倍数 = 490 の倍数

合計が 1000 以下になるのは, **ア** = 294, **イ** = 105,
ウ = 490 のときのみです。

(2) $18 \times 3.14 \times \frac{\text{あ}}{360} = 5 \dots$ 曲線 PQ $\rightarrow \frac{5}{18} : \frac{1}{6} = 5 : 3$
 $6 \times 3.14 \times \frac{\text{い}}{360} = 1 \dots$ 曲線 QR

和が $360 - 160 = 200$ 度 (三角形 ABC の外角) なの
 で, (あ) = $200 \times \frac{5}{8} = \underline{125}$ 度, (い) = $200 - 125 = \underline{75}$ 度。

斜線部分の面積 (2 つのおうぎ形の和) は
 $9 \times 9 \times 3.14 \times \frac{125}{360} + 3 \times 3 \times 3.14 \times \frac{75}{360}$
 $= (\frac{225}{8} + \frac{15}{8}) \times 3.14 = 30 \times 3.14 = \underline{94.2 \text{ cm}^2}$ です。

2

図 1 のような立体を「三角すい」といい, その体積は,
 (底面の三角形の面積) × (高さ) ÷ 3

で求めることができます。

図 2 のような底面が正方形の直方体があります。辺 AE を 3 等分する点を A に近い方から順に P, Q とします。図 3 は, この立体を真上から見た図と, 真横から見た図です。

この立体から, まず三角すい PEFH を切り落とし, さらに三角すい QABD のうち残っている部分を切り落としました。

(1) でき上がった立体を, 真上から見た図と真横から見た図はどのようになりますか。図 3 にならって, 解答欄の図にかきこみなさい。

(2) 図の 1 目盛りは 1cm であるとして, でき上がった立体の体積を求めなさい。

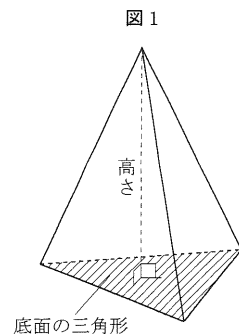


図 2

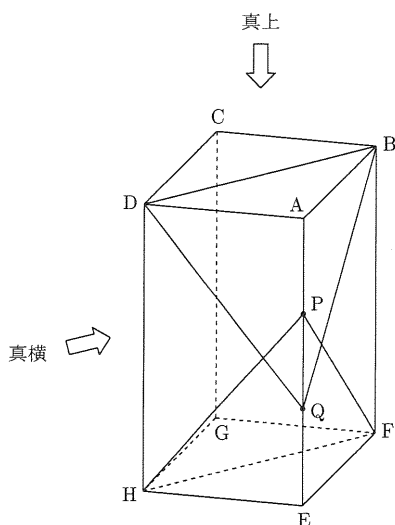
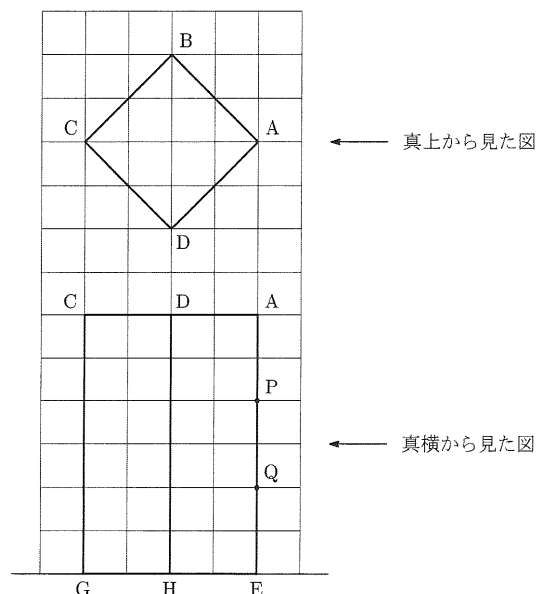
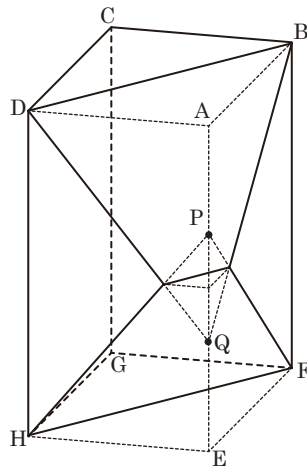
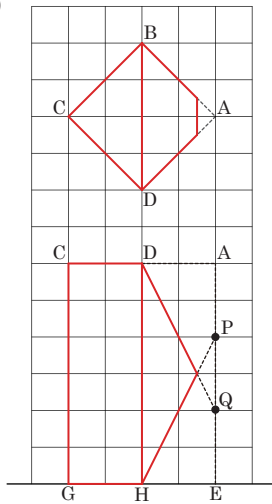


図 3



(次のページに続く)

(1)



(2) 方眼の1目盛りは1 cm です。2つの三角すいを切り取って、残った立体の体積を考えます。

$$4 \times 2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{1}{3} = \frac{16}{3} \text{ cm}^3 \dots \text{三角すい QABD (PEFH)}$$

$$1 \times 0.5 \times \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{1}{6} \text{ cm}^3 \dots \text{共通部分 (三角すい 2 つ分)}$$

$$\frac{16}{3} \times 2 - \frac{1}{6} = 10.5 \text{ cm}^3 \dots \text{切り取る部分の体積}$$

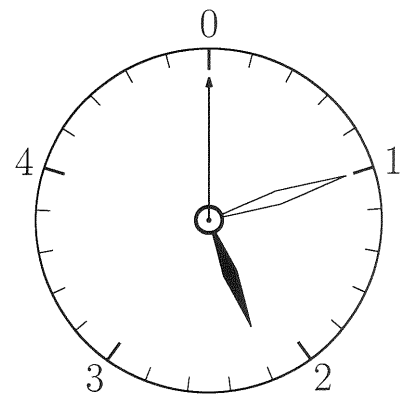
直方体の体積(全体)は $4 \times 4 \times \frac{1}{2} \times 6 = 48 \text{ cm}^3$ なので、
残った立体は $48 - 10.5 = 37.5 \text{ cm}^3$ になります。

3

ある架空の世界では

1日が10時間(午前5時間, 午後5時間), 1時間が25分, 1分が25秒に区切られていて, 右の図のような時計を用いて時間を計っています。現在の時刻は午後2時5分0秒で, 時計の短針(黒), 長針(白), 秒針は正しい時刻を指しています。この時計はこれからも正確に動くものとして, 次の問いに答えなさい。

- (1) これから時間が進んで最初に短針と長針が重なる時刻を求め, そのときの時計の3本の針を解答欄の時計の図にかきこみなさい。
- (2) さらに時間が進んで最初に短針と長針がちょうど反対向きになる時刻を求め, そのときの時計の3本の針を解答欄の時計の図にかきこみなさい。
- (3) 現在(午後2時5分0秒)から, 3本の針がすべて同じ向きになって重なる回数を数えます。ちょうど100回目となるのは何日後で, 午前, 午後のどちらですか。また, そのときの時刻を求めなさい。ただし, 現在から2時間20分後の午前0時から1日後が始まるものとします。

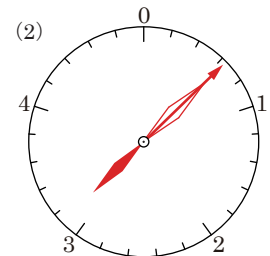
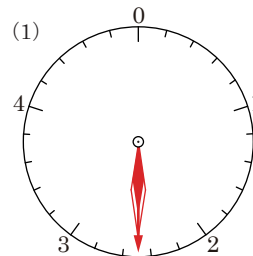


(1) この時計は25目盛りあるので, 1周を(25)として考えます。長針は1分で(25)÷25=(1)すすみ, 短針は1時間(25分)で(5)すすむので, 1分では(5)÷25=(0.2)すすみます。2時5分0秒の時点で, 短針は長針よりも(6)前にすすんでいるので, 追いつくのは(6)÷((1)-(0.2))=7.5分後です。

この時刻は2時12.5分 → 2時12分12.5秒です。また, 1時間は25分で, 12.5分はその半分なので, 長針と秒針の位置は右の図のようになります。秒針も長針と重なります。

(2) (1)の後, 長針が短針よりも(12.5)(半周)多くすすめばよい。(12.5)÷((1)-(0.2))=15(5/8)分後なので, 2時12.5分+15(5/8)分=2時28(1/8)分=3時3(1/8)分 → 3時3分3(1/8)秒になります。

また, 0から長針は(3(1/8)), 秒針は(3(1/8))すすんだ位置なので, 長針と秒針はぴったり重なります。



(3) 長針と短針は(25)÷((1)-(0.2))=125/4分ごと, 秒針は1分で(25)(1周)すすむので, 長針と秒針は(25)÷((25)-(1))=25/24分ごとに重なります。
 $\frac{25}{24} \times 30 = \frac{125}{4}$ なので, 3本の針は(125/4)分ごとに重なることになります。

1回目は(1)の時刻で, 100回目は, その時刻の $\frac{125}{4} \times (100-1) = 3093(3/4)$ 分後=123時間18(3/4)分後=12日3時間18分18(3/4)秒後です。

午後2時12.5分の2時間12.5分後に1日が終わるので, 100回目の時刻は13日後の午前で,

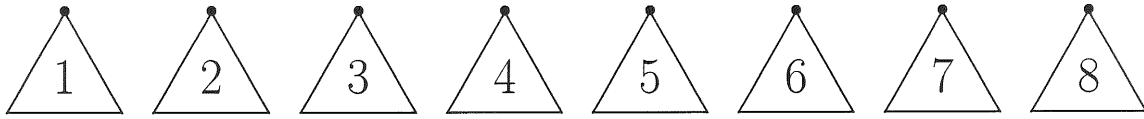
3時間18分18(3/4)秒-2時間12分12.5秒

=1時6分6(1/4)秒です。

4

図1のように1から8までの数字が書かれている8枚の正三角形を用いて、図2のような立体を作ります。ただし、図1の正三角形の黒丸の頂点は立体の点Aまたは点Fのどちらかに重ね、すべての数字が表から見えるようにします。

図1



また、立体の6個の頂点A, B, C, D, E, Fについて、それぞれの頂点に集まっている4枚の正三角形に書かれている数の合計はすべて同じになっています。

- (1) 1つの頂点に集まっている4枚の正三角形に書かれている数の合計を求めなさい。
- (2) 辺BCを1辺とする2枚の正三角形に書かれている数の合計と、辺DEを1辺とする2枚の正三角形に書かれている数の合計は等しくなります。その理由が書かれた次の文章の空欄をうめなさい。
『どちらも すると、同じ値になるから。』
- (3) 三角形ABCに書かれている数が1であるとして、8が書かれている三角形として可能性があるものをすべて選び、解答欄の三角形を○で囲みなさい。
- (4) この立体の展開図で、1, 2, 3の書かれている三角形の配置が図3のようになるとき、他の数字を向きも正確に解答欄の展開図にかきこみなさい。

図2

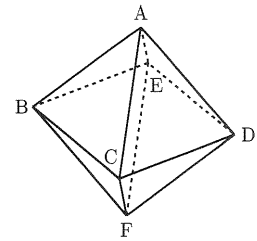
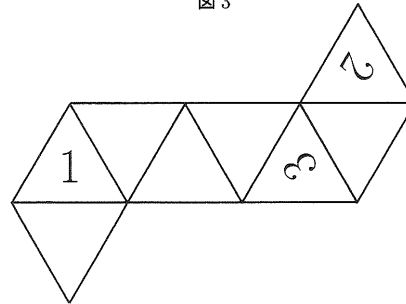
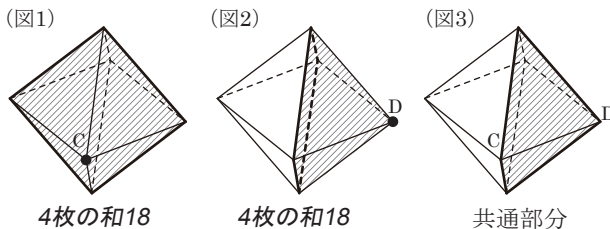


図3

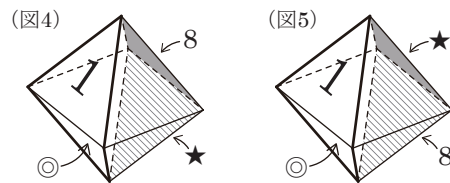


- (1) 点Aに集まる4枚と、点Fに集まる4枚の数の和が $1+2+3+\dots+8=36$ なので、1つの頂点に集まる4枚の和は $36 \div 2 = 18$ になります。
- (2) 点Cに集まる4枚(図1)と、点Dに集まる4枚(図2)の数の和はともに18です。共通部分は(図3)の2枚なので、『どちらも 18から辺CD(BEでも可)を一辺とする2枚の正三角形の数の和を引き算 すると、同じ値になるから。』です。

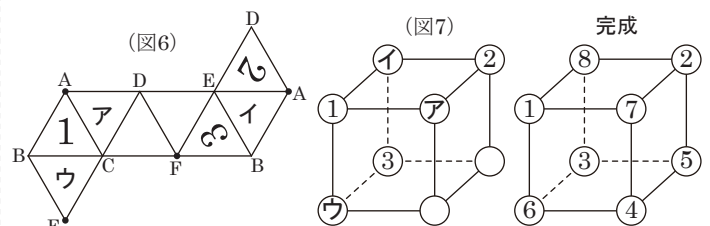


- (3) (図4)や(図5)の位置に8があるとき、(2)の性質より、◎と★の差は7になります。しかし、差が7になる2つの数は、1と8以外はないので不適です。1と8は必ず辺をはさんでとなり合う関係にあるので、答えは 三角形ACD 三角形AEB 三角形FBC の3つです。

係にあるので、答えは 三角形ACD 三角形AEB 三角形FBC の3つです。



- (4) 三角形ABCを1とします(図6)。(図7)のように、正八面体を立方体に変えて考えてもよいでしょう。1つの面に集まる4つの○の和は18です。



(図7)で、 $ア+イ=15$, $イ+ウ=14$ なので、 $ア=7$, $イ=8$, $ウ=6$ が確定します。残りの○もすべて埋まります。

(答え)

